Институт вычислительной математики и математической геофизики
Сибирского отделения Российской академии наук

Новые методы статистического моделирования распространения коронавирусной инфекции

Лотова Г.З., Лукинов В.Л., Марченко М.А., Михайлов Г.А. и Смирнов Д.Д.

Научная сессия РАН
Роль науки в преодолении пандемий и посткризисном развитии общества

15 декабря 2021 г.

Основные результаты работы

- Предлагается новая стохастическая прогностическая методика, в которой коэффициенты (интенсивности элементарных потоков событий) восстанавливаются по экспериментальным данным на основе соответствующей дифференциальной SEIRD модели.
- Прогноз осуществляется с помощью стохастической пуассоновской модели, которая дает возможность исследовать флуктуации изучаемых характеристик, т.е. строить соответствующие доверительные интервалы.
- Разработанная методика может применяться в задачах с очень большой начальной численностью.
- Было выявлено существенное влияние на прогноз введения инкубационного периода от инфицирования до появления симптомов.

Дифференциальная SEIRD модель

$$
\begin{aligned}
\frac{dS}{dt} &= -z(t-\tau)\left(\frac{\alpha_I S(t) I(t)}{N} + \frac{\alpha_E S(t) E(t)}{N}\right) + \gamma R(t), \\
\frac{dE}{dt} &= z(t-\tau)\left(\frac{\alpha_I S(t) I(t)}{N} + \frac{\alpha_E S(t) E(t)}{N}\right) - (\kappa+\rho)E(t), \\
\frac{dI}{dt} &= \kappa E(t) - \beta I(t) - \mu I(t), \\
\frac{dR}{dt} &= \beta I(t) + \rho E(t) - \gamma R(t), \\
\frac{dD}{dt} &= \mu I(t)
\end{aligned}
\tag{1}
$$

Здесь:

- t – время в сутках; τ – длина латентного периода
- S – восприимчивые
- E – первично инфицированные «бессимптомники» (латентные)
- I – инфицированные с симптомами («симптомники»)
- R – выздоровевшие
- D – умершие
- $N = S + E + I + R + D$ – вся популяция

Задаются начальные данные при $t = t_0$: $S(t_0)$, $E(t_0)$, $I(t_0)$, $R(t_0)$, $D(t_0)$.

Определение коэффициентов

В качестве реальных статистических данных рассматривалось число выявленных за сутки инфицированных индивидуумов, вычисляемое по формуле

$$f_i = f(t_i) = \kappa E(t_{i-1})/c,$$

где i – номер дня (см. работу [1] [1]).

Для конкретной задачи в [1] взято:

$$E(t_0) = 99, \quad R(t_0) = 24, \quad S(t_0) = 2\,798\,047, \quad I(t_0) = D(t_0) = 0.$$

В [1] при решении обратной задачи по реальным значениям $\tilde{f}_i$ в интервале от 23.03.20 до 31.05.20 было использовано $c = 0.58$.

Нами было использовано значение $c = 0.51$, которое дает более точное среднеквадратическое приближение дифференциального решения к экспериментальным данным $\{\tilde{f}_i\}$ в указанном интервале.

[1] [1] O. I. Krivorotko, S. I. Kabanikhin, N. Yu. Zyatkov, A. Yu. Prikhodko, N. M. Prokhoshin, M. A. Shishlenin, Mathematical modeling and forecasting of COVID-19 in Moscow and Novosibirsk region // Numerical Analysis and Applications, 2020, V13, N4, p. 332–348.

Стохастическая модель

Важной составляющей модели эпидемии являются запаздывания, соответствующие инкубационным периодам, в основном между инфицированием и заболеванием.

Соответствующая системе SEIRD стохастическая пуассоновская модель определяется таблицей элементарных событий и интенсивностей соответствующих точечных пуассоновских потоков:

Таблица 1

k	события	интенсивности
1	$S := S - 1, E_0 := E_0 + 1$	$\dfrac{(\alpha_I I + \alpha_E (E + E_0))S}{N}$, $\alpha_I = 0.999, \alpha_E = 0.999$
2	$E := E - 1, I := I + 1$	$\kappa = 0.042$
3	$E := E - 1, R := R + 1$	$\rho = 0.952$
4	$I := I - 1, R := R + 1$	$\beta = 0.999$
5	$I := I - 1, D := D + 1$	$\mu = 0.0188$
6	$E_0 := E_0 - 1, R := R + 1$	$\rho_0 = 0.920$

Стохастическая модель

Обозначим указанные события через $\{A_k\}$, интенсивности через $\{v_k\}$, и положим

$$V = \sum_{k=1}^{6} v_k.$$

Реализация стохастической пуассоновской модели осуществляется следующим рекуррентным способом:

- Пусть в момент t произошло элементарное событие и определились численности
$$S(t), \quad E(t), \quad I(t), \quad R(t), \quad D(t).$$
- Следующее событие реализуется в момент времени $t+\tau$, где τ – случайная величина, распределенная экспоненциально с параметром $V = V(t)$, то есть
$$\tau = -\frac{\ln \alpha}{V},$$
где α – случайная величина, распределенная равномерно в интервале $(0, 1)$.
- Далее выбирается вариант элементарного события согласно распределению
$$P(A_k) = \frac{v_k}{V},$$
что и определяет численности групп в момент $t+\tau$ на основе таблицы 1.

Рис.1. Число выявленных больных в сутки

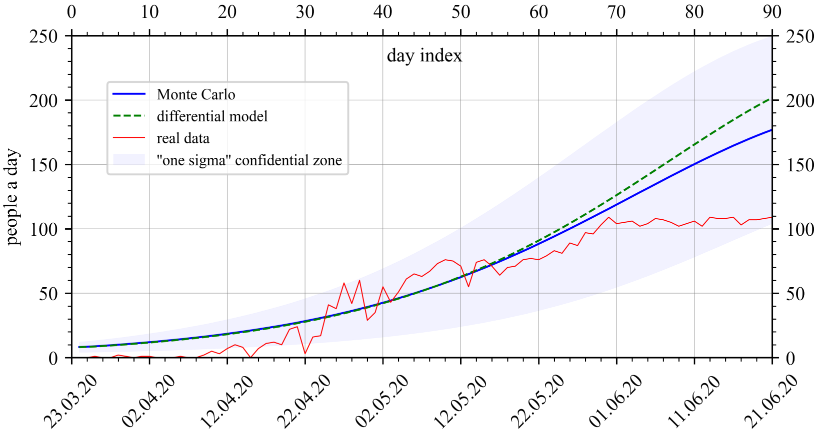


Рис.2. Число выявленных больных в сутки (модель с инкубационным периодом)

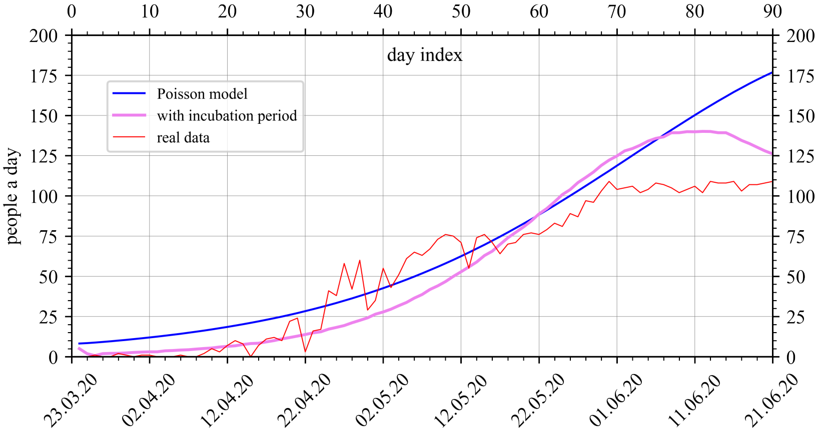


Рис.3. Выборочные графики для пуассоновской модели

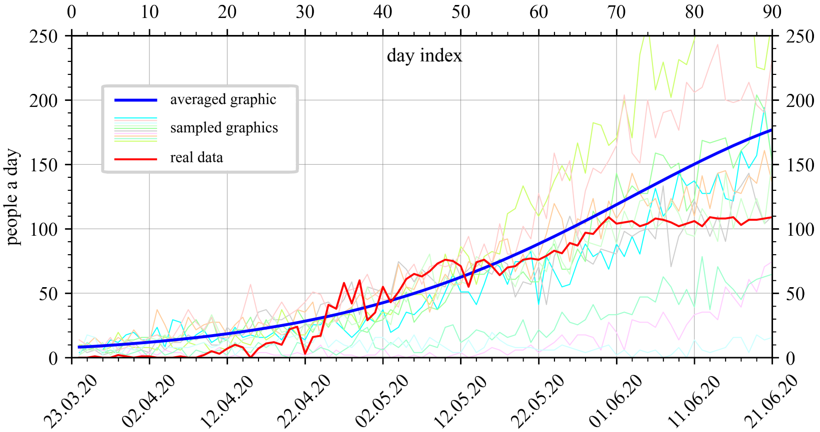
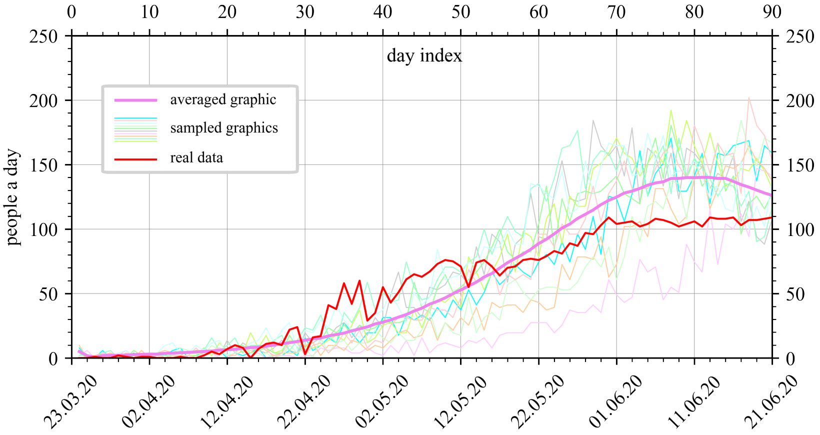


Рис.4. Выборочные графики для модели с инкубационным периодом



Выводы

1. Разработанная стохастическая модель является универсальной и может применяться для анализа распространения различных инфекций.
2. Стохастическая модель обладает большой гибкостью, хорошей прогностической способностью и вычислительной экономичностью.
3. Соответствующая дифференциальная модель SEIRD может эффективно применяться для оценки параметров стохастической модели – интенсивностей элементарных потоков событий.
4. В стохастической модели можно учитывать дополнительные управляющие события и группы индивидуумов, существенно влияющие на развитие эпидемиологического процесса.

Предложения по развитию математических моделей

С целью оценки рисков и выработки сценариев устойчивого развития:

1. Организовать в России масштабный междисциплинарный и межведомственный научный проект по исследованиям в области медицины, иммунологии, вирусологии и анализа динамики эпидемиологических процессов (не только пандемии COVID-19) в условиях изменений климата.
2. Обратиться с запросом на предоставление подробных эпидемиологических данных.
3. Считать комплексный численный анализ климатических и эпидемиологических процессов одним из важнейших направлений для новых суперкомпьютерных центров.

Ваши вопросы?

Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН
проспект академика Лаврентьева, 6
630090, Новосибирск, Россия
Телефон +7 (383) 330-83-53
Факс +7 (383) 330-66-87
director@sscc.ru