

ПМТФ. 2001 (принято к печати).

УДК 537.84

УДАРНОЕ СЖАТИЕ ПЛАСТИНЫ НА КЛИНЕ

А.А.Чарахчьян

Вычислительный центр РАН, 117967 Москва

Рассматриваются задачи о сжатии пластины на клине сильной ударной волной и метании пластины с использованием уравнений бездиссипативной гидродинамики сжимаемых сред. Численно исследуется состояние алюминиевой пластины, метаемой или сжимаемой алюминиевым ударником со скоростью 5-15 км/с. Для режима сжатия с образованием кумулятивной струи получены критические значения угла клина, начиная с которых кумулятивная струя находится в жидком или твердом состоянии и не содержит кипящей жидкости. Для бесструйного режима сжатия ударной волной строится приближенное решение с присоединенной ударной волной, учитывающее фазовый состав материала пластины в волне разгрузки. Построенное решение сравнивается с решением исходной задачи. Обнаружено значительное (в несколько раз) увеличение температуры за фронтом присоединенной ударной волны по сравнению с температурой за фронтом сжимающей волны. Показана принципиальная возможность инициирования термоядерной реакции при бесструйном сжатии пластины из дейтериевого льда сильной ударной волной.

Введение. В настоящей работе рассматривается следующая задача. Клиновидная свинцовая мишень и пластина из другого материала образуют угол φ (рис. 1). На внешней поверхности мишени алюминиевым ударником, налетающим на пластину с некоторой скоростью v , инициируется ударная волна. Исследуется начальная стадия сжатия, когда пластина еще не вошла полностью в мишень. Задача решается с использованием уравнений гидродинамики сжимаемых сред и уравнений состояния материалов, справедливых в широком диапазоне параметров [1]. Вязкостью и теплопроводностью пренебрегается.

Данная задача подобна известной задаче о метании пластины со скоростью v , рассматриваемой при теоретическом исследовании ку-

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 97-01-00095).

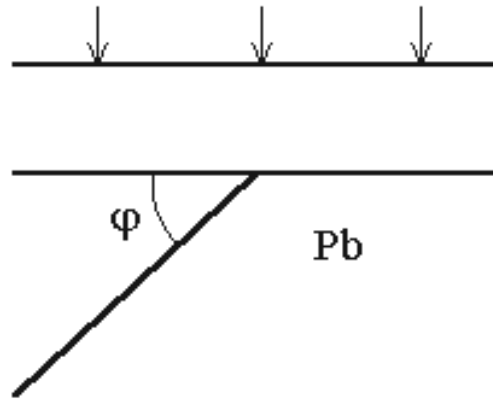


Рис. 1: Схема задачи

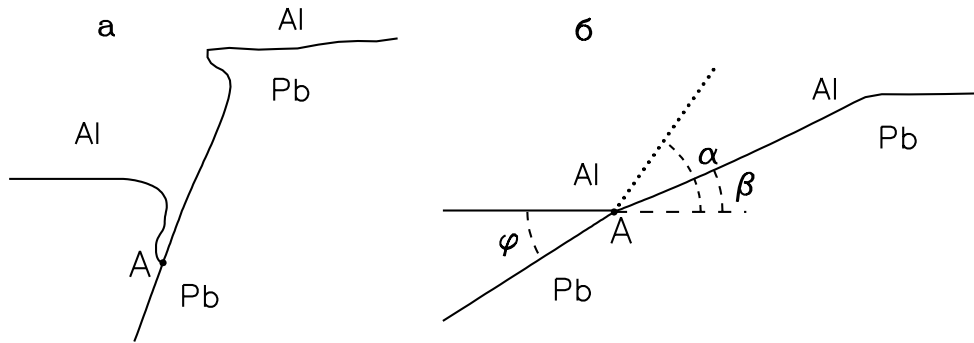


Рис. 2: Типы течения: а — с кумулятивной струей; б — бесструйное течение (пунктирная линия — присоединенная ударная волна)

кумулятивных струй и условий их возникновения (см., например, [2-7]). Возможно два типа течения (рис. 2). При больших значениях φ возникает кумулятивная струя вдоль мишени из материала пластины (рис. 2,а). При малых φ реализуется бесструйный режим сжатия (рис. 2,б). После перехода в подвижную систему координат, связанную с движущейся точкой контакта A (см. рис. 2,б), течение оказывается близким к стационарному с набегающим на точку контакта потоком вещества пластины и присоединенной ударной волной, вызывающей движение потока вдоль мишени. Критическое значение $\varphi = \varphi_*$, начиная с которого возникает кумулятивная струя, определяется из условия существования стационарной ударной волны.

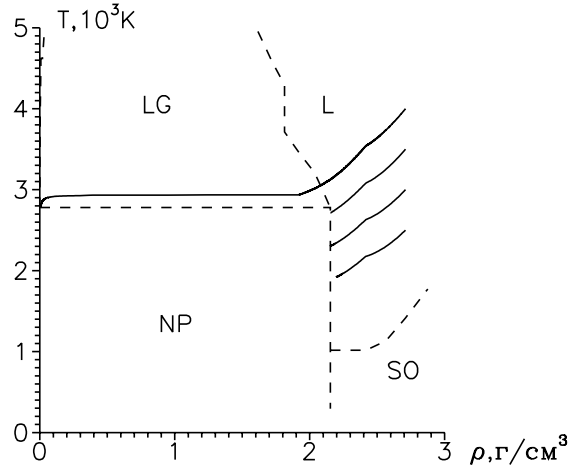


Рис. 3: Изэнтропы (сплошные линии) и фазовый состав алюминия: SO — твердое тело, L — жидкость, LG — кипящая жидкость, NP — нефизическая область

В отличие от задачи о метании пластины в задаче о сжатии пластины ударной волной течение в пластине вдали от мишени определяется волной разрежения и, таким образом, не является однородным. Более того, в случае сильной ударной волны меняется фазовый состав материала мишени. На рис. 3 приведены изэнтропы алюминия в плоскости плотность — температура, полученные по используемому в расчетах табличному уравнению состояния. Значение энтропии возрастает с увеличением температуры при фиксированной плотности. Здесь же отмечены области, соответствующие различным фазовым состояниям. На каждой изэнтропе давление возрастает с увеличением плотности, а точка с минимальной плотностью соответствует атмосферному давлению. Таким образом, каждая изэнтропа определяет разгрузку частицы вещества с заданной энтропией в волне разрежения. Видно, что существует критическое значение энтропии S_{cr} , выше которого разгрузка вещества происходит с образованием области фазового равновесия жидкости и газа, т.е. кипящей жидкости. Для случая алюминиевой пластины и алюминиевого ударника критическое значение энтропии в ударной волне соответствует скорости ударника $v \approx 11$ км/с.

Уравнения состояния материалов использовались в виде табличных зависимостей давления p и внутренней энергии ε от температуры

T и плотности ρ . Зависимости для дейтерия строились с использованием зависимостей для водорода $p_H(T, \rho)$ и $\varepsilon_H(T, \rho)$ по формулам

$$p(T, \rho) = p_H(T, \rho/2), \quad \varepsilon(T, \rho) = \varepsilon_H(T, \rho/2)/2.$$

Расчет уравнений гидродинамики выполняется с помощью того же пакета программ, что и в [8-10], с явным выделением границ раздела сред в виде линий криволинейной подвижной сетки и использованием квазимоноотонных схем второго порядка точности. Также использовалась методика [11] подавления энтропийных вычислительных следов.

Кумулятивные струи. В работах [7,12,13] описаны эксперименты по взрывному инициированию (D—D)-реакции в конических мишенях, в [8-10] приведены результаты их численного моделирования. В этих экспериментах возникали кольцевые кумулятивные струи, схлопывающиеся на оси симметрии, которые на начальной стадии мало отличаются от плоских струй. При значениях параметров, соответствующих экспериментальным со сравнительно низким значением нейтронного выхода, численное решение уравнений гидродинамики дает кумулятивную струю из кипящей жидкости, что, по-видимому, является причиной ее разрушения. В экспериментах с большим значением нейтронного выхода возникали струи в твердом или жидком состоянии с небольшим по абсолютной величине растягивающим напряжением внутри струи.

Критерий образования сплошной или диспергированной струи получен в [5] на основе анализа экспериментальных данных и результатов расчета для струй, полученных соударением пластин. Критическим значением угла φ , при котором меняется характер струи, является значение, при котором число Маха M набегающего на точку контакта потока равно 1. Это подтверждается в [5] расчетами как с учетом разрушения струи в рамках некоторой модели, так и без учета. В последнем случае в основании струи при $M > 1$ возникали значительные отрицательные давления. В табл. 1 представлена полученная в настоящей работе зависимость максимального по модулю отрицательного давления в струе p_{\min} и числа Маха M от угла φ для задачи о метании

Таблица 1:

φ , град	M	p_{\min} , ГПа
70	0,72	-0,7
65	0,93	-0,9
62,5	1,03	-4,4
60	1,15	-5,4
55	1,4	-6
50	1,67	-4,4

алюминиевой пластины со скоростью 10 км/с. Результаты расчета согласуются с [5]. При $M \approx 1$ значение p_{\min} на небольшом интервале угла φ меняется примерно в 5 раз. Поэтому критерий из работы [5] будем считать справедливым и для данной задачи.

В табл. 2 приведены значения угла φ_{lg} , начиная с которых в струе отсутствует кипящая жидкость, и соответствующие значения числа Маха $M(\varphi_{lg})$ в зависимости от скорости пластины (для задачи о метании) и скорости ударника 5-15 км/с (для задачи об ударе по пластине). Отсутствие кипящей жидкости не означает, что струя является сплошной, так как ее разрушение может происходить из-за больших растягивающих напряжений в твердом или жидком состоянии. Полученные результаты дополняют известный результат [5] о диспергированности струй при сверхзвуковом набегании потока на точку контакта. Для скорости ударника $v > v_{cr} \approx 11$ км/с разгрузка ударной волны происходит с образованием кипящей жидкости. Очевидно, что в этом случае кипящая жидкость будет присутствовать в кумулятивной струе при любом значении φ . Поэтому соответствующие значения угла φ_{lg} в таблице отсутствуют.

В окрестности точки контакта решение задачи о метании пластины со временем приближается к некоторому стационарному решению (см., например, [5]). Очевидно, что если φ_{lg} определять по этому стационарному решению, то $M(\varphi_{lg}) > 1$, так как $M(\varphi) \leq 1$ означает изэнтропичность стационарного решения. На начальной стадии сжатия в

Таблица 2:

v , км/с	φ_{lg} , град		$M(\varphi_{lg})$		φ_*^c , град		φ_*^t , град	
	метание	удар	метание	удар	метание	удар	метание	удар
5	35	35	1,40	1,45	25	25	21,5	22
7,5	40	45	1,8	1,5	30	30	26	27,5
10	50	67,5	1,7	0,94	32,5	32,5	29,5	31
12,5	55	—	1,7	—	37,5	35	32	33,5
15	65	—	1,4	—	37,5	37,5	34	36

течении всегда имеются ударные волны, поэтому условие $M(\varphi_{lg}) > 1$, вообще говоря, не очевидно. Тем не менее, как следует из табл. 2, это условие выполняется почти во всех случаях. В соответствии с критерием работы [5] это означает, что реальная струя является диспергированной и при $\varphi > \varphi_{lg}$. Поэтому вопрос о том, какие изменения происходят в реальной струе при изменении φ в окрестности φ_{lg} , выходит за рамки настоящей работы и требует экспериментальных исследований. Исключение составляет случай удара по пластине со скоростью 10 км/с, близкой к v_{cr} , когда $M(\varphi_{lg}) < 1$. В этом случае переход от сплошной струи к диспергированной происходит при $\varphi \approx \varphi_{lg}$.

Бесструйное сжатие. Прежде чем рассматривать задачу о сжатии пластины ударной волной, построим приближенное решение задачи о метании пластины со скоростью v . Предполагается, что после перехода в подвижную систему координат, связанную с точкой контакта, существует стационарное решение с присоединенной ударной волной (см. рис. 2,б). В этой системе координат слева на точку контакта набегают однородный поток из материала пластины со скоростью $v/\operatorname{tg}\varphi$, а вдоль мишени — поток из материала мишени со скоростью $v/\sin\varphi$.

Пусть имеется однородный поток вещества с плотностью ρ_0 , давлением p_0 и скоростью v_0 . Параметры за фронтом косо́й ударной волны, в частности угол поворота потока θ , однозначно определяются углом наклона ударной волны α и уравнениями состояния. Соответствующим

щую зависимость обозначим через $\Theta(\rho_0, p_0, v_0, \alpha)$. Решение уравнения

$$\Theta(\rho_0, p_0, v_0, \alpha) = \theta \quad (1)$$

относительно α позволяет получить зависимость параметров течения за фронтом волны от угла θ . Соответствующую зависимость для давления обозначим через $P(\rho_0, p_0, v_0, \theta)$.

Вернемся к задаче о метании пластины. Обозначим через β угол наклона мишени за точкой контакта (см. рис. 2,б). Ударная волна в пластине поворачивает поток на угол β , а ударная волна в мишени — на угол $\varphi - \beta$. Условие равенства давлений в пластине и мишени дает уравнение относительно β

$$P_{pl}(\rho_0^{pl}, p_0^{pl}, v/\text{tg}\varphi, \beta) = P_{ta}(\rho_0^{ta}, p_0^{ta}, v/\sin\varphi, \varphi - \beta), \quad (2)$$

где индекс pl соответствует пластине, ta — мишени. Решение уравнений (1), (2) находилось перебором значений переменных α (для уравнения (1)) и β (для уравнения (2)) с малым шагом.

Как известно (см., например, [14]), для уравнения (1) существует предельное значение θ_* , ограничивающее область существования решений этого уравнения интервалом $0 < \theta < \theta_*$, на котором уравнение (1) имеет два решения. Решение с меньшим значением α и давлением за фронтом волны принято называть ударной волной слабого семейства. Второе решение называют ударной волной сильного семейства. Различные комбинации решений (1) для пластины и ударника дают четыре уравнения вида (2), которые будем обозначать двумя буквами: SS , SW , WS и WW . Первая буква соответствует пластине, вторая — мишени; S означает сильное семейство, W — слабое. Численное исследование этих уравнений показало, что только уравнение WW имеет решение при $0 < \varphi < \varphi_*^t$, где φ_*^t определяется предельным значением θ_* для пластины. Уравнения WS и SS решений не имеют, а уравнение SW имеет решение лишь на небольшом ограниченном снизу интервале $0 < \varphi_1 < \varphi < \varphi_*^t$. Приводимые ниже результаты получены с использованием уравнения (2) типа WW .

Рассмотрим задачу о сжатии пластины ударной волной. Течение в пластине вдали от мишени определяется волной разрежения, в которой

термодинамические функции меняются по изэнтропе, соответствующей энтропии за фронтом ударной волны. Скорость вещества в волне разрежения как функция давления p имеет вид

$$v(p) = u_s + \int_{p_s}^p \frac{dp}{a(p, \rho(p))}, \quad (3)$$

где u_s , p_s — скорость и давление за фронтом ударной волны соответственно; $a(p, \rho)$ — массовая скорость звука; функция $\rho(p)$ определяется изэнтропой.

В качестве приближенного решения задачи возьмем решение уравнения (2), в котором (ρ_0^{pl}, p_0^{pl}) — точка, лежащая на соответствующей изэнтропе; $v = v(p_0^{pl})$ — скорость, определяемая формулой (3). Если энтропия в ударной волне S меньше критического значения S_{cr} , т.е. при разгрузке вещества вплоть до атмосферного давления p_0 вещество остается в жидком или твердом состоянии (см. рис. 3), то полагается $p_0^{pl} = p_0$. Если $S > S_{cr}$, то в качестве (ρ_0^{pl}, p_0^{pl}) выбирается точка пересечения изэнтропы с границей жидкой фазы. Для изэнтропы, показанной на рис. 3, эта точка лежит на границе жидкости и кипящей жидкости. При увеличении интенсивности ударной волны область кипящей жидкости на участке соответствующей изэнтропы исчезает, и точка (ρ_0^{pl}, p_0^{pl}) попадает на границу жидкость — газ.

Описанный выше выбор точки (ρ_0^{pl}, p_0^{pl}) основан на результатах расчета, согласно которым присоединенная ударная волна возникает в жидкой фазе, т.е. присоединяется к мишени выше точки контакта свободной границы пластины с мишенью, как показано на рис. 4 для сжатия алюминиевой пластины и пластины из дейтериевого льда достаточно сильными ударными волнами. На рис. 4,а изэнтропа сжатого в ударной волне вещества проходит через состояние кипящей жидкости, на рис. 4,б — через газовую фазу, которая в данном случае является полностью ионизированной плазмой.

Проведем сравнение приближенного решения с расчетом уравнений гидродинамики для случая алюминиевой пластины. В последних четырех графах табл. 2 приведены критические значения угла φ . Угол

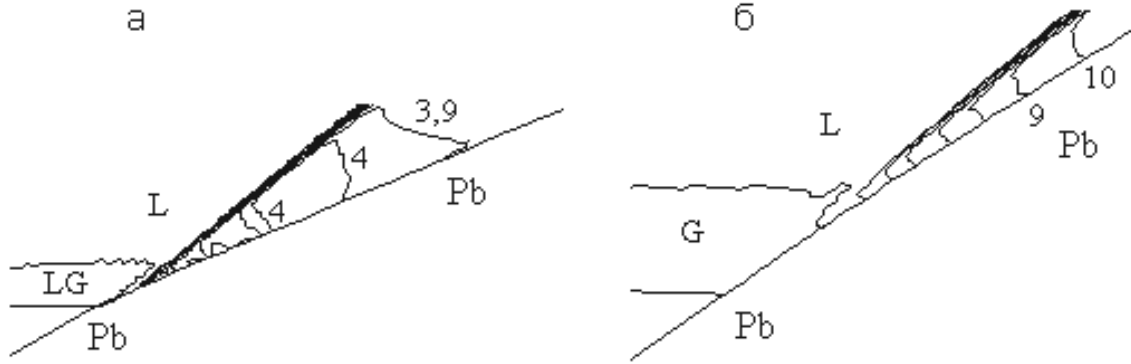


Рис. 4: Изобары (в гигапаскалях) и границы раздела фаз вблизи точки контакта: L — жидкость, LG — кипящая жидкость, G — газ; а — алюминиевая пластина, $\varphi = 30^\circ$, $v = 15$ км/с; б — дейтериевая пластина, $\varphi = 35^\circ$, $v = 50$ км/с

φ_*^c является максимальным углом, при котором расчет уравнений гидродинамики еще не дает кумулятивной струи. Для определения φ_*^c проводилась серия расчетов с шагом по φ , равным $2,5^\circ$. Введенный выше угол φ_*^t , ограничивающий область существования приближенного решения, определен с точностью до $0,5^\circ$. Для всех приведенных в табл. 2 случаев $\varphi_*^c > \varphi_*^t$, т.е. с использованием приближенной теории получают меньшие значения φ_* , при которых существует бесструйный режим сжатия. Для задачи о метании пластины разность $\Delta\varphi = \varphi_*^c - \varphi_*^t$ колеблется в пределах $3 - 5^\circ$. Для задачи о сжатии ударником, несмотря на неоднородность набегающего на точку контакта потока, $\Delta\varphi$ оказывается меньше: от 3° при $v = 5$ км/с до $1,5^\circ$ при $v \geq 10$ км/с. Переход через критическое значение v_{cr} , когда в течении появляется кипящая жидкость, не влияет на $\Delta\varphi$.

В табл. 3 для задачи о сжатии ударником при различных v и φ приведены значения угла наклона присоединенной ударной волны α , угла β (см. рис. 2,б), давление и температура за фронтом присоединенной волны, полученные по результатам расчета уравнений гидродинамики и из приближенного решения и отмеченные индексами s и t соответственно. Термодинамические функции определялись вблизи точки присоединения ударной волны. При удалении от точки присо-

Таблица 3:

v , км/с	φ , град	β_c , град	β_t , град	α_c , град	α_t , град	p_c , ГПа	p_t , ГПа	T_c , 10 ³ К	T_t , 10 ³ К
5	20	15	13	43	47,4	98	102	3,5	3,85
7,5	25	17	17,2	46	47,2	165	171	7,6	9,6
	20	15	13,9	34	34	159	160	7,3	8,7
10	30	21,5	21,2	50	52,7	240	250	16	20
	25	18	17,9	37	38,7	230	237	16	18,4
	20	16	14,2	30	29	230	235	15	18,1
	15	10	10,6	20	21	240	235	15	18,2
12,5	30	21	21,6	42	46	310	330	30	30,8
	25	19	18	33	35	310	320	30	30,2
15	32,5	25	24,2	43	47,2	390	397	44	49
	30	23	22,3	40	41,5	400	394	42	48,7
	25	17	18,5	30	32,5	430	398	42	49

единения значения термодинамических функций уменьшаются. Отметим хорошее (в пределах 10 %) соответствие угловых характеристик и давления. Различие в температуре достигает 20 %, что объясняется, по-видимому, большей чувствительностью температуры к точности гидродинамического расчета. Переход через v_{cr} , как и в случае определения φ_* , не влияет на точность приближенного решения.

Рассмотрим более подробно зависимость термодинамических функций за фронтом присоединенной ударной волны от параметров задачи, основываясь на приближенном решении. На рис. 5 представлены зависимости давления и температуры от угла φ для алюминиевой пластины в задачах о метании и ударе при $v = 10$ км/с. Видно, что, за исключением небольшой окрестности φ_*^t , обе функции слабо зависят от φ . Поскольку расчетами по уравнениям гидродинамики возрастание термодинамических функций вблизи φ_*^t не подтверждается, эти функции с погрешностью не более 10 % можно считать не зависящими от φ .

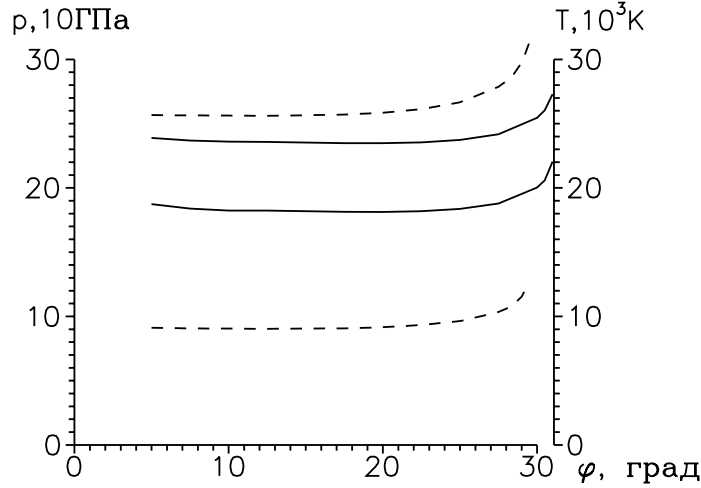


Рис. 5: Зависимости давления и температуры от угла φ в приближенном решении за присоединенной волной для алюминиевой пластины ($v = 10$ км/с): сплошные линии — сжатие ударником, штриховые — метание; 1 — давление, 2 — температура

Укажем на значительное различие температур для обеих задач. Для сжатия ударной волной температура в два раза выше, что связано с увеличением энтропии набегающего на точку контакта потока.

При метании пластины значения термодинамических функций за фронтом присоединенной волны почти совпадают со значениями при прямом ударе пластины по свинцовой мишени. При сжатии пластины ударной волной значения за фронтом присоединенной волны существенно отличаются от значений за фронтом как сжимающей волны, так и отраженной от мишени прямой волны.

Высокая температура T_a за фронтом присоединенной волны свидетельствует о возможности инициирования термоядерной реакции при сжатии пластины сильной ударной волной. На рис. 6 приведена зависимость T_a от давления за фронтом сжимающей волны p_s для пластины из дейтериевого льда с плотностью $\rho_0 = 0,175$ г/см³ и начальной температурой 14 К. Видно, что функция $T_a(p_s)$ линейна. Для сравнения приведены температуры за фронтами сжимающей (T_s) и отраженной (T_r) от мишени волн, также линейно зависящие от p_s , которые примерно в 3,5 раза меньше T_a . При давлении $p_s \approx 1500$ ГПа, достижимом на современных мощных лазерных системах, $T_a > 2 \cdot 10^6$ К, что обеспе-

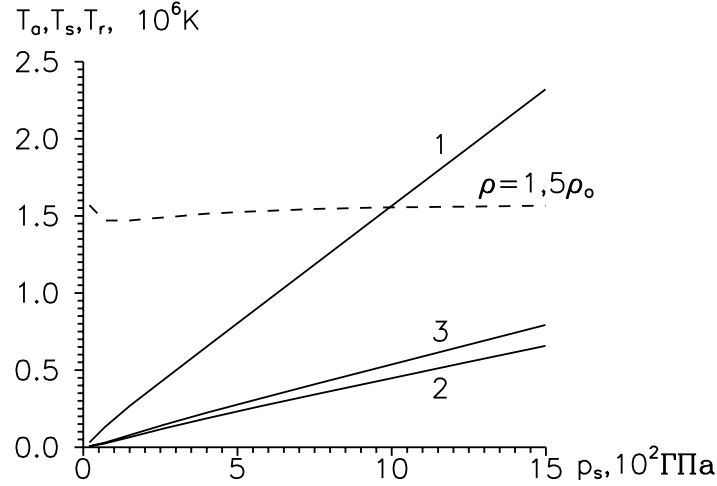


Рис. 6: Зависимость температуры за фронтом присоединенной, сжимающей и отраженной от мишени волн от давления за фронтом сжимающей волны при сжатии дейтериевого льда ($\varphi = 30^\circ$): 1 — T_a , 2 — T_s , 3 — T_r ; штриховая линия — плотность за фронтом присоединенной волны, отнесенная к плотности льда

чивает значительную скорость (D—D)-реакции.

Помимо температуры скорость (D—D)-реакции определяется также плотностью дейтерия. На рис. 6 приведена плотность ρ за фронтом присоединенной волны. Видно, что $\rho \approx 1,5\rho_0$ и почти не зависит от p_s . Это значение меньше плотности за фронтом сильной сжимающей волны $\rho_s \approx 4\rho_0$.

Заключение. Для алюминиевой пластины, метаемой или сжимаемой алюминиевым ударником со скоростью 5-15 км/с, получены критические значения угла φ , начиная с которых кумулятивная струя не содержит кипящей жидкости.

Для бесструйного режима сжатия пластины ударной волной построено приближенное решение с присоединенной ударной волной, учитывающее фазовый состав материала пластины в волне разгрузки. Приближенное решение удовлетворительно соответствует решению исходной задачи. Обнаружена слабая зависимость термодинамических функций за фронтом присоединенной волны от угла φ .

Температура за фронтом присоединенной волны оказывается в несколько раз выше температуры за фронтом сжимающей волны. Пока-

зана принципиальная возможность инициирования термоядерной реакции при бесструйном сжатии сильной ударной волной пластины из дейтериевого льда.

Автор выражает благодарность И.В.Ломоносову и К.В.Хищенко за предоставленные таблицы уравнений состояния алюминия, свинца и водорода.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Бушман А.В., Канель Г.И., Ни А.Л., Фортов В.Е.** Теплофизика и динамика интенсивных импульсных воздействий. Черноголовка: Ин-т хим. физики АН СССР, 1988.
2. **Walsh J.M., Shreffler R.G., Willig F.J.** Limiting conditios for jet formation in high velocity collisions // J. Appl. Phys. 1953. V. 24, N 3. P. 349-359.
3. **Забабихин Е.И., Забабихин И.Е.** Явления неограниченной кумуляции. М.: Наука, 1988.
4. **Кузьмин Г.Е., Яковлев И.В.** Исследование соударений металлических пластин со сверхзвуковой скоростью точки контакта // Физика горения и взрыва. 1973. Т. 9, №5. С. 746-753 .
5. **Chou P.C., Carleone J., Karpp R.R.** Criteria for jet formation from impinging shells and plates // J. Appl. Phys. 1976. V. 47, N 7. P. 2975-2981.
6. **Кинеловский С.А., Тришин Ю.А.** Физические аспекты кумуляции // Физика горения и взрыва. 1980. Т. 16, №5. С. 26-40.
7. **Терновой В.Я.** Струеобразование при сжатии плазмы в остроугольной геометрии // ПМТФ. 1984. №5. С. 68-73.
8. **Чарахчян А.А.** Численное исследование сжатия дейтерия в конической мишени при наличии сильного кумулятивного эффекта // ПМТФ. 1994. Т. 35, №4. С. 22-32.

9. **Ломоносов И.В., Фролова А.А., Чарахчян А.А.** Расчет высокоскоростного удара тонкой фольги по конической мишени // Мат. моделирование. 1997. Т. 9, №5. С. 48-60.
10. **Charakhch'yan A.A.** Numerical investigation of circular cumulative jets compressing deuterium in conical targets // Plasma Phys. Control. Fusion. 1997. V. 39, N 2. P. 237-247.
11. **Чарахчян А.А.** Об алгоритмах расчета распада разрыва для схемы С.К.Годунова // Журн. вычисл. математики и мат. физики. 2000. Т. 40, №5. С. 782-796.
12. **Анисимов С.И., Беспалов В.Е., Вовченко В.И. и др.** Генерация нейтронов при взрывном инициировании (D—D)-реакции в конических мишенях // Письма в ЖЭТФ. 1980. Т. 31, вып. 1. С. 67-70.
13. **Вовченко В.И., Красюк И.К., Пашинин П.П. и др.** Импульсное сжатие и нагрев газа в конических мишенях // Тр. Ин-та общей физики РАН. 1992. Т. 36. С. 5-82.
14. **Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.** Гидродинамика. М.: Наука, 1986.