СОЦИАЛЬНЫЙ СТРОЙ, КАК СПОСОБ СИНТЕЗА СЛОЖНОЙ СИСТЕМЫ. ПРОБЛЕМЫ КРИЗИСОВ И УСТОЙЧИВОСТИ.[1]

Ю.И. Бродский

Учреждение российской академии наук Вычислительный центр им. А.А. Дородницына РАН, Москва.

Делается попытка взглянуть на мировую динамику [1] не как на взаимодействие демографии, экономики, экологии, ресурсов и, быть может, еще каких-либо важных ее характеристик, а как на сверхсложную систему, объединяющую множество сложных систем. Такой подход дает возможность использовать понятия и представления, возникшие в процессе изучения сложных систем [2], для исследования мировой динамики.

Сложная система является таковой, потому что обладает структурой. Структура сложной системы – это ее многофункциональность, связи между компонентами, связи с другими сложными системами и способы смены функционирования, при изменении внутренних и внешних условий.

В работе [3] рассмотрена глобальная модель, как синтез составляющих ее сложных систем. Описанную там модель можно считать так называемой «базовой моделью», где на гуманитарном уровне выявлены основные характеристики изучаемого явления и связи между ними. Базовая модель не предназначена для непосредственной реализации на компьютере, но является корнем дерева моделей, на основе которых выполняются ее упрощенные реализации. Одну из таких упрощенных реализаций мы и рассмотрим в данной работе.

---

[1] Работа выполнена при поддержке РФФИ, грант № 10-07-00420-а.

Приведем основные выводы работы [3], на которые в дальнейшем будем опираться. Постулируется, что глобальная модель является синтезом сложных систем, при этом, каждая подсистема оптимизирует свою деятельность. Синтез подсистем осуществляет государственная власть. Существует диалектическое противоречие между стремлением компонент к оптимизации и сохранением структуры охватывающей системы. Развитие этого противоречия зависит от способа синтеза подсистем в комплекс государственной властью. Например, при западном, рыночном способе такого синтеза, приоритет отдается оптимизации – каждая компонента имеет право оптимизировать свою деятельность, ограниченное лишь неким общим для всех набором условий (правовым полем). Как мы увидим далее, при этом способе синтеза может наблюдаться цикличность в эволюции сложной системы. При «восточном» способе синтеза приоритет отдается сохранению структуры (как самой правильной в мире), при этом функция оптимизации компонентами своей деятельности деградирует.

Перейдем к описанию упрощенной модели. Будем рассматривать три основные характеристики: степень оптимизации компонентами своей деятельности O (ее можно трактовать и как степень экономических свобод), потенциал динамического равновесия P – понятие, введенное в [3], и означающее совокупность расходов сложной системы на поддержание своего устойчивого существования (сюда входят производственные фонды (капитал), уровень профессиональной подготовки, элементы инфраструктуры), и, наконец, S – прочность структуры охватывающего комплекса (на данном уровне абстракции эту характеристику можно ассоциировать с государственной властью, предлагающей определенный тип синтеза компонент в комплекс).

В качестве упрощенной математической модели возьмем уравнения конкуренции для этих трех величин. Со времен А. Лотки и В. Вольтера уравнения этого типа применяются при исследовании популяционной динамики. Здесь же через характеристики O, P и S вместо численностей популяций естественно обозначать количество реализованных проектов в области оптимизации компонентами своей деятельности, увеличения потенциала динамического равновесия системы (грубо - капитализации) или же совершенствования структуры. На выбранном нами уровне абстракции можно считать, что ресурсы на эти проекты берутся из одного источника, они ограничены и поэтому не все возникшие проекты реализуются. Возникающие проекты конкурируют за реализацию как внутри своей категории, так и с двумя другими (можно дать фирмам развиваться, так как они хотят и могут; можно обобрать их как следует, и на аккумулированные средства построить Днепрогэс или повернуть на юг северные реки; можно реорганизовать работу важного департамента). Поэтому представляется уместным записать уравнения конкуренции для нашей упрощенной модели:

$$\begin{aligned}
\dot{O} &= \alpha O\left(1 - \frac{O}{O^*} - p_O \frac{P}{P^*} - s_O \frac{S}{S^*}\right), \\
\dot{P} &= \beta P\left(1 - o_P \frac{O}{O^*} - \frac{P}{P^*} - s_P \frac{S}{S^*}\right), \\
\dot{S} &= \gamma S\left(1 - o_S \frac{O}{O^*} - p_S \frac{P}{P^*} - \frac{S}{S^*}\right).
\end{aligned} \tag{1}$$

Здесь O^*, P^* и S^* – емкости среды, их смысл в предметной области модели – сколько проектов данной категории позволил бы реализовать имеющийся ограниченный ресурс, если бы других категорий не было; α , β и γ – коэффициенты генерации новых проектов; наконец p_O, s_O, o_P, s_P, o_S, p_S – коэффициенты нетерпимости – понятие, введенное в [4], для двумерного аналога системы (1). Смысл коэффициентов нетерпимости в предметной области модели

– сравнение конкуренции между двумя категориями с конкуренцией внутри первой категории, например, коэффициент p_O означает во сколько раз конкуренция категории P с категорией O превышает конкуренцию внутри самой P; o_P наоборот, выражает конкуренцию категории O с категорией P, через конкуренцию внутри самой O. Вообще говоря (и в особенности, в данной модели), коэффициенты p_O и o_P неодинаковы.

В данной модели коэффициенты нетерпимость можно считать своего рода приоритетами для категории, с какими категориями ей конкурировать в первую, вторую и третью очередь. На наш взгляд, достаточно естественным является предположение, что категория оптимизации сильнее всего конкурирует с категорией структуры (конфликт подробно описан в [3]) и слабее всего – с категорией потенциала динамического равновесия (например, возможна капитализация части прибыли, полученной в результате успешной оптимизации деятельности компоненты, в дальнейшем она позволит повысить уровень оптимизации). Потенциал динамического равновесия менее всего конкурирует с категорией структуры (поддержание структуры – часть затрат на динамическое равновесие системы) и более всего с категорией оптимизации (например, капитализация уменьшит размер дивидендов). Приоритеты структуры можно считать выбором властью способа синтеза системы. Например, если приоритет отдается свободе оптимизации (конкуренция с ней меньше всего) в ущерб потенциалу динамического равновесия (конкуренция больше всего), можно считать такой синтез аналогом «западного», рыночного. Для такого способа синтеза, при определенных значениях коэффициентов нетерпимости, возможны колебательные режимы с периодами подъемов и спадов («кризисов») всех трех основных характеристик модели.

Остановимся на данном случае подробнее. Из вида уравнений (1) следует важность рассмотрения системы линейных алгебраических уравнений:

$$\begin{aligned}
&\frac{1}{O^*}O+\frac{p_O}{P^*}P+\frac{s_O}{S^*}S=1,\\
&\frac{o_P}{O^*}O+\frac{1}{P^*}P+\frac{s_P}{S^*}S=1,\\
&\frac{o_S}{O^*}O+\frac{p_S}{P^*}P+\frac{1}{S^*}S=1.
\end{aligned}\qquad(2)$$

Если определитель системы (2)

$$\Delta=\frac{1}{O^*P^*S^*}(1+o_Pp_Ss_O+o_Sp_Os_P-o_Pp_O-o_Ss_O-p_Ss_P)$$

не равен нулю, она имеет единственное решение:

$$\begin{aligned}
&\overline{O}=O^*\frac{1+p_Os_P+p_Ss_O-p_O-s_O-p_Ss_P}{1+o_Pp_Ss_O+o_Sp_Os_P-o_Pp_O-o_Ss_O-p_Ss_P},\\
&\overline{P}=P^*\frac{1+o_Ss_P+o_Ps_O-o_P-s_P-o_Ss_O}{1+o_Pp_Ss_O+o_Sp_Os_P-o_Pp_O-o_Ss_O-p_Ss_P},\\
&\overline{S}=S^*\frac{1+o_Pp_S+o_Sp_O-o_S-p_S-o_Pp_O}{1+o_Pp_Ss_O+o_Sp_Os_P-o_Pp_O-o_Ss_O-p_Ss_P}.
\end{aligned}\qquad(3)$$

Очевидно, это решение является стационарной точкой системы (1). Исследуем систему (1) в малой окрестности точки $(\overline{O},\overline{P},\overline{S})$. Пусть $O=\overline{O}+o$, $P=\overline{P}+p$, $S=\overline{S}+s$, где o, p и s достаточно малы, тогда пренебрегая более высокими по сравнению с ними порядками малости, получаем:

$$\begin{aligned}
&\dot{o}=-\alpha\overline{O}\left(\frac{1}{O^*}o+\frac{p_O}{P^*}p+\frac{s_O}{S^*}s\right),\\
&\dot{p}=-\beta\overline{P}\left(\frac{o_P}{O^*}o+\frac{1}{P^*}p+\frac{s_P}{S^*}s\right),\\
&\dot{s}=-\gamma\overline{S}\left(\frac{o_S}{O^*}o+\frac{p_S}{P^*}p+\frac{1}{S^*}s\right).
\end{aligned}\qquad(4)$$

Полученная система (4), является линейной однородной системой дифференциальных уравнений третьего порядка с постоянными коэффициентами. Одним из способов исследования таких систем является рассмотрение характеристического многочлена

$$A(\lambda) = \begin{vmatrix} -\dfrac{\alpha\overline{O}}{O^*} - \lambda, & -\dfrac{\alpha\overline{O}p_O}{P^*}, & -\dfrac{\alpha\overline{O}s_O}{S^*}, \\ -\dfrac{\beta\overline{P}o_P}{O^*}, & -\dfrac{\beta\overline{P}}{P^*} - \lambda, & -\dfrac{\beta\overline{P}s_P}{S^*}, \\ -\dfrac{\gamma\overline{S}o_S}{O^*}, & -\dfrac{\gamma\overline{S}p_S}{P^*}, & -\dfrac{\gamma\overline{S}}{S^*} - \lambda. \end{vmatrix} =$$

$$= (-\lambda)^3 + Sp(A)(-\lambda)^2 + \Delta_2(A)(-\lambda) + \Delta(A),$$

где $Sp(A) = -\left(\dfrac{\alpha\overline{O}}{O^*} + \dfrac{\beta\overline{P}}{P^*} + \dfrac{\gamma\overline{S}}{S^*}\right)$ – след матрицы системы (4),

$\Delta(A) = -\dfrac{\alpha\beta\gamma\overline{O}\,\overline{P}\,\overline{S}}{O^*P^*S^*}(1 + o_P p_S s_O + o_S p_O s_P - o_P p_O - o_S s_O - p_S s_P)$ – определитель матрицы (4), $\Delta_2(A)$ – сумма трех диагональных миноров 2-го порядка матрицы (4):

$$\Delta_2(A) = \frac{\alpha\beta\overline{O}\,\overline{P}}{O^*P^*}(1 - o_P p_O) + \frac{\alpha\gamma\overline{O}\,\overline{S}}{O^*S^*}(1 - o_S s_O) + \frac{\beta\gamma\overline{P}\,\overline{S}}{P^*S^*}(1 - p_S s_P).$$

Рассмотрим корни характеристического многочлена:

$$\lambda^3 - Sp(A)\lambda^2 + \Delta_2(A)\lambda - \Delta(A) = 0. \qquad (5)$$

На периодические решения системы (4) можно надеяться, если уравнение (5) имеет пару чисто мнимых корней. Для этого необходимо выполнение:

1. $\Delta_2(A) > 0$, (что достижимо при $o_P p_O, o_S s_O, p_S s_P < 1$).
2. Характеристический многочлен должен делиться на $\lambda^2 + \Delta_2(A)$, отсюда $Sp(A)\Delta_2(A) = \Delta(A)$.

При выполнении указанных условий, решения системы (4) могут колебаться с частотой $\sim \sqrt{\Delta_2(A)}$.

Упростим теперь нашу задачу, пусть

1. $\alpha = \beta = \gamma$.
2. $O^* = P^* = S^*$.
3. $o_P = p_S = s_O = q < 1$, $o_S = p_O = s_P = p > 1$.

Заметим, что третье из вышеперечисленных допущений, как раз и означает, что структура меньше всего конкурирует с оптимизацией ($s_O < 1$, свобода оптимизации – основополагающая «западная» ценность), внутренняя конкуренция у всех всегда 1, и, наконец, больше всего – с потенциалом динамического равновесия ($s_P > 1$). Потенциал динамического равновесия меньше всего конкурирует со структурой ($p_S < 1$ – его увеличение укрепляет структуру) и больше всего – с оптимизацией ($p_O > 1$ – например, при большой капитализации трудно рассчитывать на высокие дивиденды). Наконец, оптимизация меньше всего конкурирует с потенциалом ($o_P < 1$ – оптимизация коррелирует с ним) и больше всего со структурой ($o_S > 1$ результат оптимизации изменяет структуру). Таким образом, третье условие как раз и реализует тот синтез, который выше мы назвали «западным» или «рыночным».

Посмотрим теперь, как после принятых упрощений выглядят коэффициенты характеристического многочлена:

$$Sp(A) = -3\frac{\alpha \overline{O}}{O^*},\ \Delta_2(A) = 3\frac{\alpha^2 \overline{O}^2}{O^{*2}}(1 - pq),$$

$$\Delta(A) = -\frac{\alpha^3 \overline{O}^3}{O^{*3}}(1 + p^3 + q^3 - 3pq).$$

Соотношение $Sp(A)\Delta_2(A) = \Delta(A)$ будет выглядеть как $9(1 - pq) = 1 + p^3 + q^3 - 3pq$, откуда получаем:

$$p^3 + q^3 + 6pq - 8 = 0. \qquad (6)$$

Уравнение (6) имеет действительные корни, связанные соотношением

$$p+q=2, \qquad (7)$$

что можно проверить по формуле Кардано, или же разделить левую часть (6) на $p+q-2$ и убедиться, что дискриминант квадратного трехчлена-частного отрицателен.

Теперь, учитывая сделанные предположения и соотношение (7), получаем из (3): $\overline{O}=\frac{1}{3}O^*$, откуда $Sp(A)=-\alpha$, и $\Delta_2(A)=\frac{1}{3}\alpha^2(1-pq)$.

Заметим что $1-pq=1-p(2-p)=p^2-2p+1=(p-1)^2$, следовательно, $\Delta_2(A)=\frac{1}{3}\alpha^2(p-1)^2$, при этом $\Delta_2(A)>0$, так как $p>1$. Далее, $1+p^3+q^3-3pq=9(1-pq)=9(p-1)^2$, откуда $\Delta(A)=-\frac{1}{3}\alpha^3(p-1)^2$.

Окончательно характеристическое уравнение (5) запишется как:

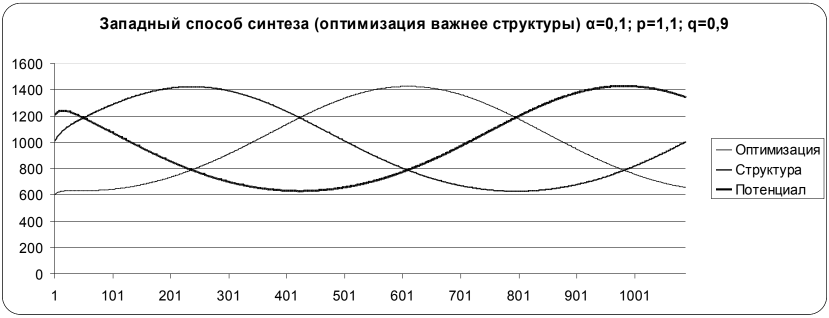
$$\lambda^3+\alpha\lambda^2+\frac{1}{3}\alpha^2(p-1)^2\lambda+\frac{1}{3}\alpha^3(p-1)^2=$$

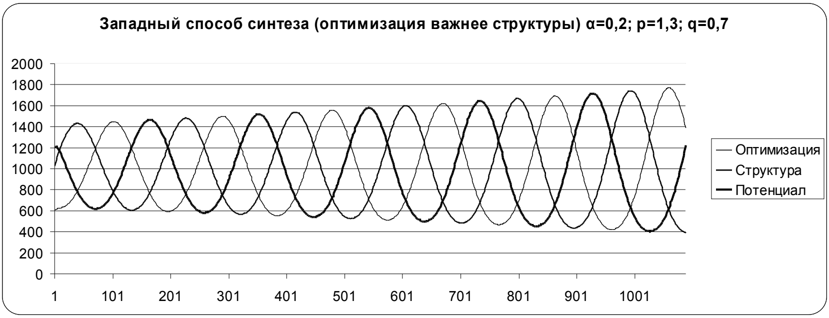
$$=\left(\lambda^2+\frac{1}{3}\alpha^2(p-1)^2\right)(\lambda+\alpha)=0.$$

Отсюда, период колебаний O, P и S есть

$$\frac{2\sqrt{3}\pi}{\alpha(p-1)}=\frac{2\sqrt{3}\pi}{\alpha(1-q)}.$$

На графиках ниже показаны примеры колебаний при различных значениях α и p. На втором из них, по сравнению с первым, вдвое увеличен коэффициент α и втрое – величина $(p-1)$. В результате частота колебаний увеличивается в 6 раз.



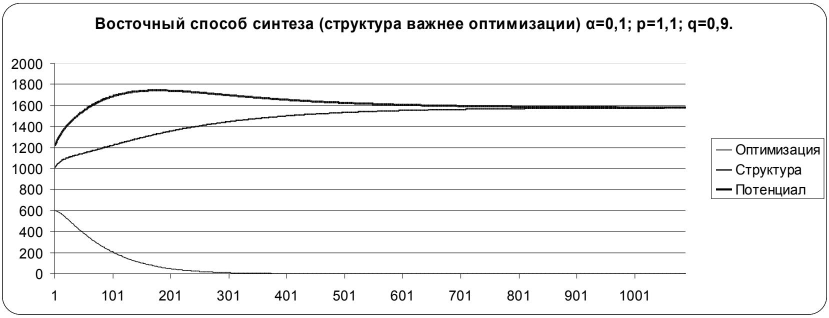


Для «восточного» способа синтеза, наоборот, характерна наибольшая конкуренция структуры с оптимизацией и наименьшая – с потенциалом динамического равновесия.

Просто поменяем местами в одном из «западных» экспериментов отношение структуры к оптимизации и потенциалу. Теперь структура больше всего конкурирует с оптимизацией ($s_O = p > 1$ – «самая правильная в мире» структура не позволяет менять себя ради чьей-то там оптимизации), и меньше всего – с потенциалом динамического равновесия ($s_P = q < 1$ – непреодолимая любовь к гигантским проектам: ГЭС, АЭС, каналы, поворот рек). Все остальные коэффициенты нетерпимости оставим прежними, т.е., $o_P = p_S = q < 1$ и $o_S = p_O = p > 1$.

В результате такого изменения отношения структуры к двум остальным составляющим системы, как можно видеть на графике, оптимизация совсем исчезает из нашей модели, а оставшиеся две характеристики выходят на свои предельные значения – в виртуальном мире начинается эпоха застоя.

Результат «восточного» способа синтеза показан на графике ниже.



Отметим в заключение, что данная простейшая модель – лишь первый шаг в рассмотрении динамики глобального развития с позиций теории сложных систем, предложенном в [3]. За ее пределами оказались, например, такие обозначенные в [3] темы, как «кризис как динамический хаос», «кризис как средство перераспределения между компонентами потенциала динамического равновесия», «многофункциональность компонент, как средство выхода из кризиса», «диагностика приближения кризиса», «роль ошибочных прогнозов при возникновении кризисов», «пути предотвращения кризисных явлений», «задачи власти при синтезе компонент в комплекс». Все перечисленные выше вопросы могут быть предметом дальнейших исследований с помощью более сложных моделей. Тем не менее, и данная простейшая модель позволяет обозначить некоторые достаточно интересные тенденции, на наш взгляд заметные в окружающем мире.

Литература

1. *Форрестер Дж.* Мировая динамика. М.: Физматгиз, 1978, 168 с.

2. *Бродский Ю.И., Павловский Ю.Н.* Разработка инструментальной системы распределенного имитационного моделирования //Информационные технологии и вычислительные системы, №4, 2009, С. 3-15.
3. *Бродский Ю.И.* Устойчивое развитие и кризисные явления в эволюции сложных систем //Моделирование, декомпозиция и оптимизация сложных динамических процессов, М.: ВЦ РАН, 2009, С. 103-137. (http://simul.ccas.ru/articles)
4. *Бродский Ю.И.* Толерантность и нетерпимость с точки зрения системной динамики и исследования операций. М.: ВЦ РАН, 2008, 53 с.