

О ДЕКОМПОЗИЦИИ ТРЕХМЕРНОЙ АФФИННОЙ УПРАВЛЯЕМОЙ СИСТЕМЫ ПРИВЕДЕННОГО ВИДА*

Ивашко Д. Г., ВЦ РАН, Москва, Россия

Рассматривается трехмерная аффинная управляемая система приведенного вида

$$\dot{x} = 1 + zu, \quad \dot{y} = u, \quad \dot{z} = H(x, y, z)u, \quad H_x \neq 0, \quad (1)$$

для факторизации которой, используется двойственный метод Ёлкина В. И. [2]. Метод заключается в поиске вполне интегрируемых кораспределений, интегралы которых являются агрегатами управляемой системы. Такие кораспределения называются \mathcal{F} -кораспределениями управляемой системы. Для системы (1) \mathcal{F} -кораспределения описываются так. Каждое решение $\nu(x, y, z)$ уравнения

$$\nu \nu_x + \nu_y + H \nu_z + (1 + \nu H_z - H_x \nu^2) = 0,$$

определяет \mathcal{F} -кораспределение Q_ν , порождаемое системой Пфаффа

$$\begin{aligned} dx - (z + \nu H)dy + \nu dz &= 0, & (H\nu)_x dx + (1 + \nu_y + (H\nu)_z)dz &= 0, \\ (H\nu)_x dy - \nu_x dz &= 0, & \nu_x dx + (1 + \nu_y + (H\nu)_z)dy &= 0. \end{aligned} \quad (2)$$

В системе (2) только два уравнения являются независимыми (выбор независимых уравнений — произволен). Кораспределение Q_ν определяет двухмерную факторсистему.

Таким образом, для системы (1) существуют много разных \mathcal{F} -кораспределений, которые определяют разные факторсистемы. Это использовано для декомпозиции на независимые уравнения канонических систем, найденных в работе [3] среди управляемых систем приведенного вида. Системы, декомпозированные на независимые уравнения, можно трактовать как систему, состоящую из трех двухмерных факторсистем, попарно имеющих одно общее уравнение. Итак, чтобы существовала декомпозиция на независимые уравнения, необходимо существование трех \mathcal{F} -кораспределений, которые имеют попарно один общий интеграл.

Декомпозиция управляемых систем на независимые уравнения позволяет находить точные решения управляемых систем либо в квадратурах, либо при кусочно-постоянных управлениях.

Литература

1. Ёлкин В. И., Ивашко Д. Г. О декомпозиции трехмерных нелинейных управляемых систем // Дифференциальные уравнения, 1999. Т. 35. 11. С. 1473–1481.
2. Ёлкин В. И. Редукция нелинейных управляемых систем. Дифференциально-геометрический подход М.: Наука. Физматлит. 1997. 320 с.
3. Ивашко Д. Г. О классификации трехмерных управляемых систем // Моделирование процессов управления и обработки информации. Междувед. сб. М.: МФТИ. 1996. С. 142–153.

*Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (код проекта 99-01-00018), а также Советом Программы поддержки ведущих научных школ (грант 00-15-96137)