НЕКОТОРЫЕ ВОПРОСЫ СОГЛАСОВАНИЯ ХАРАКТЕРИСТИК ЭЛЕМЕНТОВ В СИЛЬНОСВЯЗНЫХ СИСТЕМАХ

Введение

Настоящая работа посвящена описанию модели, предназначенной для определения зависимости ("чувствительности") "выходных"характеристик систем определенного класса от характеристик "внутренних"("функциональных") элементов этих систем. В целом данная модель представляет собой один из возможных инструментов для анализа и отбора приемлемых вариантов развития технических и социально-экономических систем рассматриваемого класса.

В рамках принятого в настоящей работе подхода развитие системы понимается как эволюционный процесс улучшения выходных характеристик всей системы за счет улучшения характеристик внутренних элементов. Для современных технических и социально-экономических систем характерно наличие значительного количества "перекрестных"связей между отдельными элементами этих систем. Анализ систем с таким графом связей удобно проводить путем выделения "блоков"взаимосвязанных элементов, установления иерархической структуры взаимодействия блоков, нахождения предельных значений выходных характеристик каждого из блоков, определения "критических"(т.е. наиболее сильно влияющих на выходные характеристики всей системы) блоков и внутри них– "критических"элементов. Выделение подобных элементов представляет собой одну из основных задач анализа систем, ибо улучшение характеристик всей системы в первую очередь связано именно с улучшением характеристик "критических"элементов [1].

Естественно, что по мере повышения требований, предъявляемых к выходным характеристикам системы, совокупность "критических"элементов (т.е. элементов, чьи характеристики необходимо улучшать) расширяется за счет включения в нее элементов, ранее не являвшихся критическими (на существующем уровне развития системы или при более умеренных требованиях к выходным характеристикам системы). Такого рода расширяющиеся совокупности элементов, характеристики которых подлежат улучшению в первую очередь (с указанием минимально необходимых значений каждой из улучшаемых характеристик), образуют возможные варианты комплексного (согласованного) развития системы, ложащиеся в основу возможных вариантов программы развития системы. Действительно, улучшение характеристик элементов требует, как правило, значительных затрат материальных и временных ресурхарактеристик элементов лишь до действительно необходимого уровня, определяемого характеристиками остальных элементов системы. Именно концепция комплексного согласованного развития систем явилась основой при выполнении настоящей работы и проведения исследования ряда специальных моделей взаимосвязей характеристик системы и входящих в ее состав элементов.

В математическом отношении при определении чувствительности выходных характеристик всей системы к характеристикам отдельных элементов (и, следовательно, выявление критических элементов) наибольшие трудности вызывает анализ выходных характеристик блоков "взаимосвязанных"элементов. Более того, анализ подобных блоков (называемых в теории графов бикомпонентами) определяет трудоемкость решения всей задачи отбора приемлемых вариантов развития рассматриваемой системы. В связи с этим в настоящей работе основное внимание уделяется теоретическому исследованию свойств систем, состоящих из взаимосвязанных элементов и описываемых с помощью функционального взвешенных графов [2].

1. Описание модели

Рассматривается система, состоящая из n элементов $Y_1, \ldots, Y_n$. Каждому элементу Y_i поставлен в соответствие показатель y_i, интерпретируемый как показатель результата работы (выход) данного элемента Y_i, $i = \overline{1,n}$. Принимается, что работа системы во времени происходит в "потактном"(дискретном) режиме. Выходы всех элементов, т.е. совокупность значений $(y_1^t, y_2^t, \ldots, y_n^t) = y^t$, имевших место в конце такта t, подаются на входы, в принципе, всех элементов системы в начале следующего такта $(t+1)$. В конце $(t+1)$-го такта выход каждого элемента Y_i принимает новое значение, равное y_i^{t+1}. Полученный таким образом вектор $y^{t+1} = (y_1^{t+1}, y_2^{t+1}, \ldots, y_n^{t+1})$ выходов всех элементов Y_i, $i = \overline{1,n}$, на следующем такте $(t+2)$ вновь поступает на входы этих элементов и т.д. Принимается, что потактная зависимость между входами и выходами элементов имеет вид

$$\begin{gathered} y_i^{t+1} = \min(\bar{y}_i, \min_j f_{ij}(y_j^t)), \\ y_i^0 > 0, \quad \bar{y}_i > 0, \quad f_{ij}(y_j^t) > 0, \quad t = 0, 1, 2, \ldots; \quad i, j = \overline{1,n}. \end{gathered} \tag{1}$$

Здесь $\bar{y}_i$ – предельное ("пороговое") значение для выхода элемента Y_i, определяемое внутренней "технологией"функционирования данного элемента, выделенными для него ресурсами и т.п.; функции $f_{ij}(y_j)$ – суть монотонно растущие функции от значений своих аргументов и интерпретируются как функции трансформации выходов элементов Y_j в выход y_i элемента Y_i. Положительная монотонность функций $f_{ij}(y_j)$ означает наличие положительной связи между результатами работы элементов рассматриваемой системы: улучшение работы любого элемендругого элемента Y_k (уменьшению значений выхода Y_k). Функции $f_{ij}(y_j)$ в силу специфики соотношений (1) можно также рассматривать как функции, определяющие минимальные "требования", предъявляемые элементов Y_i к выходам элементов Y_i при фиксированном значении y_i.

Принятие зависимости (1) означает, кроме того, что результаты деятельности элементов $Y_1, \ldots, Y_n$ не могут компенсировать друг друга ни для какого из элементов Y_i, $i = \overline{1,n}$. Последнее на первый взгляд представляется весьма жестким предположением. Однако, введение его связано с наличием, как правило, лишь весьма ограниченной информации относительно зависимости выходов элементов Y_i, $i = \overline{1,n}$, в момент времени $(t+1)$ от состояния системы в момент времени t. Зачастую реальный путь получения такой информации для каждого элемента Y_i, $i = \overline{1,n}$ состоит в нахождении последовательности минимально необходимых значений выходов элементов Y_j, $j = \overline{1,n}$, гарантирующих получение заданной последовательности знаний выхода элемента Y_i. При таком подходе мы просто ничего не знаем о том, что произойдет с выходом элемента Y_i при отступлении от подобной "гарантирующей"последовательности значений y_j выходов остальных элементов Y_j (кроме того, что значения y_i не могут уменьшаться при возрастании y_j, $j = \overline{1,n}$). Именно это обстоятельство заложено в выражения (1).

Необходимо заметить, что аналогичный подход часто используется в нормативном прогнозировании, когда нет возможности провести полномасштабное исследование анализируемого объекта. Типичная ситуация здесь такова. Пусть рассматривается возможность наступления интересующего нас события X, которое само по себе не происходит, так что его наступление необходимо специально организовывать. Проблема состоит в том, что неясно, какие конкретные мероприятия надо осуществить, чтобы событие X произошло. В этом случае рекомендуется найти совокупность $\{X_1, \ldots X_n\}$ более "простых"событий, наступление которых гарантирует наступление события X, и в то же время наступление таких событий $\{X_1, \ldots, X_n\}$ находится в нашей власти, т.е. известно какие для этого мероприятия необходимо провести. Удовлетворяющую этим двум условиям совокупность событий $\{X_1, \ldots, X_n\}$ обычно называют раскрытием (декомпозицией) проблемы, заключающейся в организации наступления события X [3].

Совокупность событий $\{X_1, \ldots, X_n\}$ можно рассматривать также как возможную "технологию"осуществления события X. В этом смысле совокупность функций трансформации $[f_{i1}(y_i), f_{i2}(y_2), \ldots, f_{in}(y_n)]$ в модели (1) характеризует существующую или предлагаемую технологию получения гарантированного значения y_i на выходе элемента Y_i, $i = \overline{1,n}$. Изменение технологии функционирования элемента Y_i есть замена существующего набора функ-

$[f'_{i1}(y_1), \ldots, f'_{in}(y_n)]$ и, возможно, замена порогового значения $\bar{y}_i$ на его новое значение $\bar{y}'_i$.

Определение целесообразности или даже допустимости предполагаемый замены технологий функционирования тех или иных элементов системы в общем случае является нетривиальной задачей из-за необходимости согласования взаимных требований, которые предъявляют элементы системы друг к другу. Формулирование условий, которым должны удовлетворять изменения, вносимые в технологии функционирования элементов системы, в настоящей работе предлагается производить на базе модели (1).

Применительно к задаче планирования развития системы S под величинами y_i будем понимать предполагаемые изменения (приращения) значений выходов элементов Y_i, $i = \overline{1,n}$, после выполнения планируемых мероприятий. В связи с этим будем рассматривать величины $y_i^t, y_i^{t+1}, \ldots$, $i = \overline{1,n}$, как изменения (приращения) ранее установившихся (стационарных) значений выходов элементов $Y_1, \ldots, Y_n$, имевших место в момент времени $t = 0$. Отклонение от стационарных значений y_i^0, $i = \overline{1,n}$, являются следствием усовершенствований, вносимых в технологию работы элементов Y_i, $i = \overline{1,n}$.

Функции $f_{ij}(y_j)$ исходя из физических соображений можно считать в общем случае монотонно растущими функциями с эффектом “насыщения". Примем, что в рассматриваемых условиях для функций $f_{ij}(y_j)$ допустима линейная аппроксимация с пороговым $\bar{y}_i$ ограничением сверху. В этом случае модель (1) примет вид

$$\begin{gathered} y_i^{t+1} = \min\left(\bar{y}_i, \min_j \frac{y_j^t}{\alpha_{ij}}\right), \\ \alpha_{ij} \geq 0, \quad y_i^t \geq 0, \quad \bar{y}_i > 0, \quad t = 0, 1, 2, \ldots; i, j = \overline{1,n}. \end{gathered} \tag{2}$$

Хотя модель (2) по своему замыслу составлена для отклонений (приращений) выходов элементов от прежних стационарных значений, ради единообразия описания моделей (1), (2) за величинами y_i^t сохраним их прежнее название – значение выхода элемента Y_i в момент времени t. В модели (2) коэффициенты α_{ij}, $j = \overline{1,n}$, выражают “технологические"требования элемента Y_i к остальным элементам Y_j: α_{ij} суть минимально необходимые значения выходов элементов Y_j, которые необходимо подать на вход элемента Y_i, чтобы получить на его выходе значение $y_i = 1$. Таким образом, в рамках рассматриваемой модели каждая конкретная система S полностью характеризуется своей “технологической"матрицей $\alpha = \|\alpha_{ij}\|$ и вектором предельных значений $\bar{y} = (\bar{y}_1, \ldots, \bar{y}_n)$. Если выход какого-либо элемента Y_k непосредственно не влияет на выход элемента Y_i, в модели (2) полагаем $\alpha_{ik} = 0$.

2. Сильносвязные системы

Исследование и интерпретация свойств модели (2) значительно упрощаются при использ-

Поставим в соответствие системе S ориентированный граф $G(\alpha)$ с множеством вершин Y и множеством дуг V. В графе $G(\alpha)$ вершинами являются элементы $Y_1, \dots, Y_n$ системы S. По определению вершина Y_i связана ориентированной дугой v_{ij} с вершиной Y_j, направленной оси вершины Y_i к вершине Y_j, если $\alpha_{ij} \neq 0$. Таким образом в графе $G(\alpha)$ ориентированная дуга v_{ij} от вершины Y_i к вершине Y_j будет иметь место только если элемент Y_i предъявляет определенные технологические требования к элементу Y_j. Величину α_{ij} будем называть “весом"дуги v_{ij}.

Основываясь на работе [4], введем следующие определения. Маршрутом из вершины Y_i в вершину Y_j будем называть чередующуюся последовательность вершин и дуг Y_i, v_{ik}, Y_k, v_{kl}, $Y_l, \dots, v_{sj}, Y_j$, начинающуюся в вершине Y_i и заканчивающуюся в вершине Y_j. Длина маршрута по определению равна числу входящих в него дуг. Замкнутым маршрутом называется маршрут, в котором первая и последняя вершины совпадают. Путь – это маршрут, в котором все вершины различны, контур – нетривиальный замкнутый маршрут, в котором все вершины различны (за исключением первой и последней). Тривиальным контуром для Y_i является контур, начинающийся и кончающийся в вершине Y_i и не проходящий ни через какие другие вершины. Такие тривиальные контуры часто называют "петлей". В нашем случае существование петли в вершине Y_i означает наличие дуги v_{ii}, что равносильно условию $\alpha_{ii} \neq 0$. В этом случае выход элемента Y_i на такте t будет зависеть не только от выходов других элементов, но и от выхода этого же элемента на предыдущем такте $(t-1)$.

Будем говорить, что вершина Y_j достижима из вершины Y_i, если существует путь $p(i, y)$ из вершины Y_i в вершину Y_j. Обозначим через $P(i, j)$ множество всех путей, ведущих из Y_i в Y_j. Какой-либо конкретный k-тый путь из Y_i в Y_j будем обозначать через $p^k(i, j)$, $p^k(i, j) \in P(i, j)$. Ориентированный граф принято называть сильносвязанным, если его любые две вершины взаимно достижимы. Бикомпонентой ориентированного графа называется максимальный сильносвязный подграф (содержащий максимальное число взаимно достижимых вершин) рассматриваемого ориентированного графа. В настоящей работе рассматриваются лишь такие графы $G(\alpha)$, которые содержат в своем составе только взаимно достижимые вершины. Иными словами, рассматриваемые ниже графы $G(\alpha)$ представляют собой одну бикомпоненту. Случай, когда граф $G(\alpha)$ содержит в себе несколько бикомпонент (системы с квази-иерархической структурой связей), должен являться предметом особого рассмотрения.

Обозначим через $m^k(i, j)$ некоторый k-ый маршрут, ведущий из Y_i в Y_j и через $M(i, j)$ – множество всех имеющихся в графе $G(\alpha)$ маршрутов из Y_i в Y_j. Будем называть весом $\pi[m^k(i, j)]$

$$\pi[m^k(i,j)] = \prod_{m^k(i,j)} \alpha_{rs}.$$

Аналогичным образом определим величину веса для всякого пути $p^k(i,j)$ и контура $p^k(i,i)$

$$\pi[p^k(i,j)] = \prod_{p^k(i,j)} \alpha_{rs}, \quad \pi[p^k(i,i)] = \prod_{p^k(i,i)} \alpha_{rs}.$$

В дальнейшем будем обозначать через π_{ij} величину максимального веса пути из вершины Y_i в вершину Y_j и через π_{ii} – максимальный вес контура, проходящего через вершину Y_i

$$\pi_{ij} = \max_{p^k(i,j)} \pi[p^k(i,j)], \quad p^k(i,j) \in P(i,j),$$

$$\pi_{ii} = \max_{p^k(i,i)} \pi[p^k(i,i)], \quad p^k(i,i) \in P(i,i).$$

3. Развивающиеся системы

Введем в рассмотрение систему $\hat{S}$, отличающуюся от рассматриваемой выше системы отсутствием пороговых ограничений $\bar{y}_i$, $i = \overline{1,n}$. Функционирование системы $\hat{S}$ во времени описывается соотношениями

$$y_i^{t+1} = \min_j \frac{y_j^t}{\alpha_{ij}}, \quad j = \overline{1,n}, \quad t = 0,1,2,\ldots \tag{3}$$

Обозначим через вектор $y^0 = (y_1^0, \ldots y^0)$ состояние системы $\hat{S}$ в момент времени $t = 0$.

Будем называть систему $\hat{S}$ развивающейся, если для всех t, начиная с некоторого $\hat{t}$ для всех элементов системы $\hat{S}$ будет выполняться

$$y_i^t > y_i^0, \quad t \geq \hat{t}, \quad i = \overline{1,n}, \quad t = 1,2,\ldots \tag{4}$$

Утверждение 1.

Для того, чтобы система $\hat{S}$ была развивающейся, необходимо и достаточно, чтобы вес любого контура в графе $G(\alpha)$ был меньше единицы.

Д о к а з а т е л ь с т в о.

Докажем вначале необходимость. Пусть задан вектор начального состояния y^0 системы $\hat{s}$

$$y_j^0 > 0, \quad j = 1,n.$$

Тогда на первом такте работы системы $\hat{S}$ имеем

$$y_i^1 = \min_j \frac{y_j^0}{\alpha_{ij}}, \quad j = 1,n,$$

$$y_i^2 = \min_s \frac{y_s^0}{\gamma_{is}^{(2)}}, \quad \gamma_{is} = \max_r(\alpha_{ir}\alpha_{rs}); \quad i,r,s = \overline{1,n},$$

на t-м такте имеем

$$y_i^t = \min_s \left[\frac{y_s^0}{\gamma_{is}^t}\right], \quad \gamma_{is}^t = \max_r\left(\alpha_{ir}\gamma_{rs}^{t-1}\right); i,r,s = \overline{1,n}. \quad (5)$$

Фигурирующая в выражении (5) величина γ_{is}^t есть максимальный вес маршрута длины t, ведущего из вершины Y_i в вершину Y_s. Если n-число вершин в графе $G(\alpha)$, то при $t \geq n$ в маршрутах длины t обязательно появится хотя бы один контур. Допустим, что среди маршрутов из Y_i в Y_s при $t \geq n$ есть хотя бы один маршрут $m^t(i,s)$, состоящий из пути $p(i,s)$ с длиной a и контура $p(l,l)$ с длиной b, $t = a+b$, в вершине Y_l, принадлежащей этому пути. Вес этого маршрута равен

$$\pi[m^t(i,s)] = \pi[p(i,s)]\pi[p(l,l)]. \quad (6)$$

Рассмотрим маршрут с длиной $t' = (a+bc)$, ведущий из Y_i в Y_s и состоящий из вышеуказанного пути $p(i,s)$ и c раз проходящий через вышеуказанный контур $p(l,l)$. Вес данного маршрута есть

$$\pi[m^{t'}(i,s)](\pi[p(i,s)](\pi[p(l,l)])^c, \quad c = 0,1,2,\dots. \quad (7)$$

Из выражения (5) следует

$$y_i^{t'} = \frac{y_s^0}{\pi[p(i,s)](\pi[p(l,l)])^c}, \quad i,s = \overline{1,n}, c = 0,1,2. \quad (8)$$

Вес $\pi[p(i,s)]$ есть фиксированная величина, поэтому если вес контура $p(l,l)$ больше единицы, то при достаточно больших c величина, стоящая в правой части неравенства, может быть сделана сколь угодно малой, и, следовательно, будет иметь место неравенство $y_i^{t'} < y_i^0$, что доказывает для развивающихся систем необходимость отсутствия в графе $G(\alpha)$ контуров с весом больше единицы. Доказательство достаточности отсутствия подобных контуров основывается на том же выражении (7). Действительно, если $\pi[p(l,l)] < 1$, то из выражения (7) следует, что при достаточно больших c вес маршруте $m^{t'}(i,s)$ может быть сделан сколько угодно мал. Поскольку вершины Y_i и Y_s в графе $G(\alpha)$ были выбраны произвольно, то отсюда вытекает, что коэффициенты γ_{is}^t в соотношениях (5) при достаточно больших t становятся сколь угодно малыми величинами и, следовательно, величины y_i^t неограниченно растут при $t \to \infty$. Поэтому начиная с некоторого $\hat{t}$ имеем

$$y_i^t > y_i^0; \quad i = \overline{1,n}, \quad t > \hat{t}.$$

Этим завершается доказательство Утверждения 1.

Вернемся к рассмотрения системы (2). Будем говорить, что система (2) обладает устойчивой работоспособностью, если для любого заданного ее начального состояния $y^0 : y_j^0 > 0, i = \overline{1,n}$, щие от начального состояния y^0, т.е.

$$\lim_{t\to\infty} y_i^t(t,\bar{y}_i,y^0)=\hat{y}_i(\bar{y}),\quad \bar{y}=(\bar{y}_1,\ldots,\bar{y}_n),\quad y_i^0>0,\quad i=\overline{1,n}. \tag{9}$$

Утверждение 2.

Для того, чтобы система S обладала устойчивой работоспособностью, необходимо и достаточно, чтобы вес любого контура в графе $G(\alpha)$ был меньше единицы.

Доказательство.

Пусть выбранные начальные значения y_i^t равны $y_i^0>0$, $i=\overline{1,n}$. Подставляя эти значения в выражения (2) находим

$$y_j^1=\min\left[\bar{y}_j,\min_k\frac{y_k^0}{\alpha_{kj}}\right],\quad j=\overline{1,n}.$$

Аналогично получаем

$$y_j^2=\min\left[\bar{y}_j,\min_k\frac{y_k^1}{\alpha_{jk}}\right]=\min\left[\bar{y}_j,\min_k\frac{\bar{y}_k}{\alpha_{jk}},\min_k\frac{y_k^0}{\gamma_{jk}^2}\right],\quad k=\overline{1,n}$$

$$\gamma_{jk}^2=\max_r(\alpha_{jr}\alpha_{rk})$$

и далее

$$y_j^3=\min\left[\bar{y}_j,\min\frac{\bar{y}_k}{\delta_{jk}^3},\min_k\frac{y_k^0}{\gamma_{jk}^3}\right],\quad k=\overline{1,n}$$

$$\delta_{jk}^3=\max[\alpha_{jk},\gamma_{jk}^2],\quad \gamma_{jk}^3=\max_r[\alpha_{jr},\gamma_{rk}^2],$$

$$y_j^4=\min\left[\bar{y}_j,\min_k\frac{\bar{y}_k}{\delta_{jk}^4},\min_k\frac{y_k^0}{\gamma_{jk}^4}\right],\quad k=\overline{1,n},$$

$$\delta_{jk}^4=\max[\alpha_{jk},\gamma_{jk}^2,\gamma_{jk}^3],$$

$$\gamma_{jk}^4=\max_r(\alpha_{jr}\gamma_{rk}^3)$$

....

....

$$\bar{y}_j^t=\min\left[\bar{y}_j,\min_k\frac{\bar{y}_k}{\delta_{jk}^k},\min_k\frac{y_k^0}{\gamma_{jk}^t}\right],\quad k=\overline{1,n}. \tag{10}$$

$$\delta_{jk}^t=\max\left[\alpha_{jk},\gamma_{jk}^2,\gamma_{jk}^3,\ldots,\gamma_{jk}^{t-1}\right],\quad t=2,3,\ldots$$

$$\gamma_{jk}^t=\max_r\left[\alpha_{jr}\gamma_{rk}^{t-1}\right],\quad \gamma_{jk}^1=\alpha_{jk},\quad r,j,k=\overline{1,n}.$$

Величина γ_{jk}^t в выражении (10) представляет собой максимальный вес маршрута длины t, ведущего из вершины Y_j в вершину Y_k. Как было показано при доказательстве Утверждения 1, наличие в графе $G(\alpha)$ контуров с весом только меньше единицы является необходимым и достаточным условием для того, чтобы $\gamma_{jk}^t\to 0$ при $t\to\infty$, и, соответственно, чтобы $\min_k\frac{y_k^0}{\gamma_{jk}^t}\to\infty$

из операции взятия общего минимума в выражении (10) при $t \to \infty$. Величина δ^t_{jk} есть максимальный вес маршрута из Y_j в Y_k, когда его длина не превышает t. Очевидно, что для величин δ^t_{jk}, как и для γ^t_{jk} в выражении (10), выполняется $\delta^t_{jk} \to \infty$, если в графе $G(\alpha)$ имеются контура с весом больше единицы, так что $\min\limits_k \frac{\bar{y}_k}{\delta^t_{jk}} \to 0$ при $t \to \infty$. При отсутствии подобных контуров величина δ^t_{jk} уже при $t \geq n$ гарантированно превращается в максимальный вес пути, ведущего в графе $G(\alpha)$ из вершины Y_j в вершину Y_k, т.е.

$$\lim_{t\to\infty} \delta^t_{jk} = \pi_{jk}; \quad j,k = \overline{1,n}.$$

Таким образом получаем

$$\hat{y}_i = \lim_{t\to\infty} y^t_i(t, \bar{y}_i, y^0) = \min\left(\bar{y}_i, \min_k \frac{\bar{y}_k}{\pi_{ik}}\right); \quad y^0 > 0, \quad k = \overline{1,n}, \tag{11}$$

что и требовалось доказать.

Свойство устойчивой работоспособности гарантирует существование стационарного режима, после выхода на который состояние системы перестает изменяться во времени (отсутствует колебательный режим). При этом стационарные значения $\hat{y}_i(t)$ будут строго больше нуля, если положительны все $\bar{y}_i$ и начальные значения y^0_i, $i = \overline{1,n}$. С содержательной точки зрения устойчивая работоспособность есть способность системы самостоятельно вернуться в стационарное состояние $\hat{y}$ после появления в работе системы “умеренных"случайных сбоев.

Заключение

Развитие сильносвязной системы S, понимаемое как увеличение стационарных значений $\hat{y}_i$ выходов элементов Y_i этой системы, $i = \overline{1,n}$, можно осуществлять тремя способами.

1. заменой технологий работы элементов Y_i, т.е.т изменением векторов требований $\alpha_i = (\alpha_{i1}, \alpha_{i2}, \ldots, \alpha_{in})$, $i = \overline{1,n}$, предъявляемых этими элементами к остальным элементам системы S;

2. увеличением пороговых значений $\bar{y}_i$ выходов элементов Y_i, $i = \overline{1,n}$;

3. путем одновременного использования обоих этих способов.

Повышение пороговых значений $\bar{y}_i$, естественно, не может привести к уменьшению стационарных значений выходов никакого из элементов системы S. Тем не менее, согласно выражению (11), далеко не всякое увеличение пороговых значений элементов приводит к улучшению работы системы S. Выражение (11) позволяет выделить те “критические"элементы, чьи пороговые значения (при неизменных технологиях работы элементов системы S) целесообразно увеличивать в первую очередь и до какой степени.

нии (описываемых матрицей $\alpha = \|\alpha_{ij}\|$) является действенным способом развития системы S. Однако, при изменении (замене) технологий работы элементов необходимо следить за тем, чтобы в графе $G(\alpha)$ системы S не появились "критические"контуры с весом больше или равным единице, что сделает систему S неработоспособной. Дело в том, что снижение требований какого-либо элемента Y_i к некоторым из элементов системы S возможно будет вынужденно сопровождаться повышением требований к каким-то другим элементам этой системы, что в результате может привести к появлению в графе $G(\alpha)$ "критических"контуров.

Целесообразность снижения тех или иных требований элементов удобно определять с помощью выражения (11). Из выражения (11) также следует, что снижение требований элементов в определенном смысле равносильно повышению пороговых значений выходов соответствующих элементов. "Критичность"порогового значения того или иного элемента системы можно снять путем ослабления требований к нему со стороны некоторых из элементов системы. Поэтому вопрос о повышении пороговых значений следует рассматривать вкупе с предполагаемыми изменениями технологий работы элементов системы S.

В целом, несомненным достоинством модели (2) является то, что она позволяет с помощью элементарных математических средств описывать "системный"эффект взаимодействия элементов и прогнозировать появление "критических"ситуаций, основываясь на весьма ограниченной информации о свойствах элементов рассматриваемой сильносвязной системы.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 99-01-01225).

Литература

1. Э. Квейд. Анализ сложных систем. М.: "Советское радио", 1969.

2. С.П. Макеев, Г.П. Серов, И.Ф. Шахнов. Аппроксимация бинарных расплывчатых отношений и последовательная оптимизация на взвешенных графах. //Сообщения по прикладной математике. М.: ВЦ АН СССР, 1980.

3. В.М. Глушков. Введение в АСУ. Киев: "Техника", 1974.

4. Ф. Харари. Теория графов. М.: "Мир", 1973.