

# РОЛЬ БАНКОВ В ЭКОНОМИКЕ ПРЕХОДНОГО ПЕРИОДА

*С.М. Гуриев, И.Г. Поспелов*

## **Аннотация.**

Предлагается математическая модель деятельности банка в отсутствие инфляции и экономического роста. Показано, что в этом случае банк может получать прибыль за счет операций по страхованию текущих рисков клиентов. Рассматривается роль банка в интеграции предприятий в финансово-промышленные группы. Показано, что в отличие от традиционных моделей интеграции, в данной модели более естественной является не вертикальная интеграция, а объединение предприятий с независимыми рынками сбыта.

## **1. Возможные функции банков в российской экономике**

Наличие эффективной, разветвленной банковской системы – важнейшая, неотъемлемая черта любой сколь-нибудь развитой рыночной экономики. В России мы можем наблюдать интереснейший феномен спонтанного развития банковской системы "из ничего". Начальный капитал российских коммерческих банки образовался из активов государственных промышленных и торговых предприятий, средств, накопленных в теневой экономике и из получивших самостоятельность структурных подразделений Госбанка СССР. За считанные месяцы великое множество этих банков, объединившись в систему, взяло на себя все обеспечение внутреннего денежного обращения и внешнего оборота страны. Когда же в 1994 г. было прекращено централизованное льготное кредитование производства, коммерческие банки мгновенно взяли на себя и все кредитные операции<sup>1</sup>. В настоящее время, несмотря на определенные признаки кризиса, банковская система является наиболее активным сектором экономики и занимает в ней доминирующее положение. Не удивительно, что состояние и деятельность банковской системы вызывает всеобщий интерес.

Как часто бывает, острый общественный интерес к проблеме порождает непримиримые и неконструктивные точки зрения. В данном случае их можно сформулировать так – первая: «У банков полно денег, но они прокручивают их невесть где, ничего не вкла-

---

<sup>1</sup> Они бы, конечно, не смогли этого сделать, если бы не оказалось, что рабочим можно не платить зарплату

дывают в производство, и в результате хозяйство задыхается от нехватки оборотных средств»; вторая: «Все деньги банков связаны в кредитах недобросовестным клиентам, и банкам стоит огромных усилий просто выжить, а на серьезные инвестиции просто не остается ресурсов».

А как рассудит этот спор экономическая теория? Увы, в том простейшем ее варианте, который излагается в популярных учебниках, экономическая теория утверждает, что в России банков быть вообще не должно! В самом деле, современная экономическая теория основной функцией банков признает трансформацию сбережений в инвестиции. На первый взгляд это верно и для российских банков, больше половины их активов которых, составляют кредиты выданные промышленным и торговым предприятиям. Однако, доход от инвестиций возможен только в условиях экономического роста или хотя бы инфляции, которая для финансовой системы выглядит как рост [3]. В России же после реформы реального экономического роста не было, а инфляция, вот уже три года как прекратилась.

Таким образом, надо более глубоко вникнуть в теорию и узнать какие еще функции и источники дохода банковской системы она отмечает. Таких функций две [1, 2]: обеспечение и обслуживание оборота и диверсификация (страхование) рисков. Сразу заметим, что в отсутствие роста и инфляции банковская система в целом не может рассчитывать на систематическое извлечение сложного процента из своих вложений. Возможно только получение доли более или менее постоянной средней прибыли клиентов. Единственным, но важным исключением является организованная государством "пирамида" ГКО, пока приносящая постоянную высокую доходность при расширении вложений и именно поэтому отвлекающая все имеющиеся свободные капиталы.

Итак обратимся к двум указанным потенциальным источникам дохода банков: плате за риск и за операционное обслуживание.

В моделях транзакционными издержками (стоимостью процедур обращения денег) обычно пренебрегают, поскольку в развитой системе расчетов они относительно не велики. В России, после того как характерные для начала реформ значительные задержки обращения были ликвидированы, транзакционные издержки тоже могли бы снизиться, но этому препятствуют два обстоятельства: во-первых, с теоретической точки зрения к транзакционным издержкам относится оплата оказываемых многими банками услуг по отмыванию нелегальных доходов и уводу легальных доходов от налогообложения — эти аспекты мы ниже не рассматриваем; во-вторых, в

условиях жесткой монетарной политики банки оказываются монопольными обладателями остродефицитного ресурса – денег и могут извлекать *монопольную ренту*.

Что касается страховых функций банков, то на их существенность указывают эмпирические наблюдения за деятельностью провинциальных банков. С одной стороны основная часть их ресурсов вложена в кредиты промышленности и торговле (а не в ГКО, как часто пишут в прессе), с другой стороны банки достаточно легко относятся к просрочке платежей по этим кредитам [4, 5, 6]. Такое поведение характерно не для инвестора, уверенного в отдаче и желающего как можно быстрее вернуть капитал, а для страхователя, который получает прибыль в среднем, а в каждом конкретном случае рискует. Таким образом, мы будем рассматривать кредиты предприятиям как своего рода *страховые выплаты*, выданные банками для финансирования достаточно рискованных проектов по реализации продукции на депрессивном внутреннем рынке.

Кредитуя рискованные проекты, банки сталкиваются с проблемой ликвидности. Мы предполагаем, что они решают ее с помощью операций на двух достаточно ликвидных рынках ГКО и межбанковского кредита (МБК). Отметим, что статистика [13] показывает парадоксальную ситуацию: относительно небольшие, но существенные, активы провинциальных банков в виде ГКО меньше, чем их нетто-заимствования на рынке МБК, процент по которым выше доходности ГКО.

Оказывается, что предположений о страховании производственных рисков и о (локально) монопольном положении банков оказывается достаточно, чтобы рационально описать с помощью математической модели деятельность банков в современной российской экономике. Модель объясняет и упомянутый выше парадокс одновременных вложений в МБК и ГКО и выгоду интеграции предприятий вокруг банков. Более того, модель показывает, что *обе* приведенные выше полярные оценки деятельности банков в определенном смысле оправдан. Модель, однако, превращает эти оценки из качественных в количественные, позволяя в принципе подсчитать *сколько* ресурсов высвободится, если увеличится надежность клиентов, *насколько* необходимо банкам «крутить» деньги на спекулятивных финансовых рынках, и т.п. Возможность проинтерпретировать с разных точек зрения одну и ту же модель и, тем самым, перевести публицистические споры на конструктивную основу – это может быть самая большая практическая польза, которую могут принести математические модели экономики.

Наконец заметим, что принятые гипотезы и основанное на них формализованное описание деятельности банков, рассматриваемое ниже, относятся в основном к провинциальным коммерческим банкам. Московские банки и Сбербанк РФ исполняют иные функции. Они имеют огромные вложения в ГКО и выступают кредиторами на рынке МБК. Их главными кредитными ресурсами служат сбережения населения.

## 2. Модель деятельности банка

### 2.1. Предположения об основных операциях и целях банка

Главная деятельность банка состоит в том, что он привлекает денежные средства в виде расчетных и депозитных счетов и использует их вместе с собственными средствами для выдачи ссуд клиентам и вложений в государственные ценные бумаги. Чистый доход, полученный от этих операций<sup>2</sup>, банк расходует для финансирования операций вторичных: приобретения материальных активов, выплат работникам и акционерам, уплаты налогов, участия в хозяйственной деятельности и приобретения акций и т. п. Вторичные операции банка здесь не рассматриваются<sup>3</sup>.

Очень существенной составляющей деятельности банка является работа по поиску и привлечению новых вкладчиков, а также по оценке платежеспособности клиентов. Однако как и все, связанное с поиском и обработкой информации, эта деятельность практически не поддается моделированию. Существующие в этой области модели пока еще весьма примитивны (см., например, обзор в [14]), и здесь мы будем считать, что банк получает соответствующую информацию бесплатно.

В рамках сделанных предположений естественно считать целью деятельности банка максимизацию чистого дохода, но тогда естественно возникает вопрос о том, как соизмеряются сегодняшние и будущие доходы. Мы здесь принимаем обычное предположение, что в момент времени  $t$  поток будущих доходов  $\Psi_t$  оценивается его приведенным значением [18]

---

<sup>2</sup> Рассматриваемый здесь чистый доход отличается от балансовой прибыли тем, что считается не по начисленным процентам, а по фактическому изменению ликвидности (cash flow), см. ниже.

<sup>3</sup> Если доход от операций с акциями существенен, то это уже не столько банк, сколько финансовая компания.

$$NPV = \sum_{\tau \geq t}^{\infty} \frac{\Psi_{\tau+1}}{(1 + \Delta)^{\tau-t}} \quad (1)$$

где  $\Delta > 0$  – внутренний коэффициент дисконтирования банка (pure time preference)<sup>4</sup>.

Коэффициент дисконтирования  $\Delta$  издавна систематически и успешно используются при математическом описании поведения экономических агентов, и, тем не менее, снова и снова вызывают споры. Суть трудностей в следующем: специалисты по микроэкономике и оценке инвестиционных проектов обычно рекомендуют экономическим агентам брать в качестве коэффициента дисконтирования сложившуюся на рынке ставку процента по безрисковым активам (депозитам или государственным ценным бумагам), а на вопрос, чем определяется эта ставка рекомендуют обратиться к специалистам по макроэкономике; специалисты же по макроэкономике убеждены, что процент по безрисковым активам определяется внутренними коэффициентами дисконтирования экономических агентов и технологически обусловленным потенциалом экономического роста.

Представляется, что возникающий порочный круг можно разомкнуть, если привлечь соображения об отборе поведения агентов на рынке и их подражания друг другу. Именно, можно представить себе, что агенты имеют разные внутренние коэффициенты дисконтирования и, соответственно, ведут себя несколько по разному. Если коэффициент дисконтирования слишком отклоняется от рыночной ставки процента, поведение агента оказывается неадекватным объективно складывающейся на рынке ситуации, и такой агент либо будет исключен из рынка, либо сменит свой коэффициент дисконтирования. В результате у однотипных агентов сложится почти единый коэффициент дисконтирования и одновременно сложится соответствующая ему ставка процента по безрисковым активам<sup>5</sup>. Ниже мы конкретно используем такого рода соображения, чтобы определить соотношение между внутренним коэффициентом дисконтирования банка и рыночными ставками процентов.

<sup>4</sup> Здесь и далее мы предполагаем, что инфляция отсутствует. Если бы мы захотели ее учесть, к величине  $\Delta$  надо было бы прибавить ожидаемый темп инфляции.

<sup>5</sup> В свое время мы показали на упрощенной модели принципиальную возможность такого процесса согласования коэффициентов дисконтирования потребителей, см [17].

Наконец сделаем еще одно замечание. Поскольку доходы, поступающие в моменты  $\tau > t + 1/\Delta$  дают малый вклад в NPV, (1), величину  $1/\Delta$  можно рассматривать как горизонт планирования агента. Вследствие прошедших в 80-90е по всему миру компаний приватизации, отказа государств поддерживать крупные инвестиционные проекты и общей потерей человечеством глобальной перспективы развития, горизонт планирования инвесторов в последнее десятилетие резко сократился. В результате на мировом финансовом рынке образовался избыток краткосрочных капиталов при недостатке долгосрочных. Это вынуждает компании, имеющие амбициозные планы роста, (например Корейские), финансировать долгосрочные проекты своего развития за счет краткосрочного капитала. Такая ситуация неустойчива и может легко разрушиться либо сама по себе, либо благодаря искусной манипуляции. Представляется, что именно в этом и была глубинная причина Азиатского финансового кризиса 1997г. Если в 60-70е годы увлечение (отнюдь не только в СССР) грандиозными инвестиционными проектами делало экономику негибкой и ее поведение часто напоминало ловлю бабочки ковшом экскаватора, то теперь многомиллиардные капиталы, судорожно мечущиеся по финансовым рынкам, часто не брезгающие криминальными применениями, наводят на образ дома, строящегося на фундаменте из порхающих бабочек.

Заметим, наконец, что как показано в [16], малость горизонтов планирования оказывает негативное влияние не только на инвестиционную сферу, но и на потребительский рынок.

## **2.2. Иерархия характерных времен процессов**

Даже если мы ограничиваемся только основными банковскими операциями, полное описание их оказывается слишком сложным для детального анализа. Поэтому при построении модели банка мы используем известную идею разделения процессов с разными характерными временами. Метод разделения процессов по характерным временам является главным инструментом получения конкретных результатов в физике, а в экономике история его применения восходит к А. Маршаллу [15], который предложил различать краткосрочное, среднесрочное и долгосрочное равновесие на рынке. Во всех случаях суть метода состоит в том, что переменные характеризующие процесс делятся на «быстрые» и «медленные». При анализе динамики быстрых переменных, значения медленных считаются фиксированными, а при анализе динамики медленных переменных быстрые считаются достигшими своих установившихся значений.

При анализе деятельности банка медленными мы будем считать величины, характеризующие кредитный портфель, средний размер депозитов и средние остатки текущих счетов (характерное время их изменения – несколько месяцев), а быстрыми – ликвидные активы (каассу и корреспондентские счета), а также остатки заимствований на межбанковском рынке кредитов (МБК) и вложений в государственные ценные бумаги (ГКО) – они могут существенно измениться за время порядка недели.

В соответствии с наблюдаемой структурой активов провинциальных банков (более 50% – ссуды клиентам, менее 15% – вложения в ГКО) основным источником дохода банка служат «медленные» операции. Необходимость быстрых (текущих) операций возникает потому, что заключение соглашения с клиентом не определяет полностью порядок поступления и расходования денежных средств во времени. Например, приняв деньги на расчетный счет, банк обязуется выдать их по первому требованию клиента. Выдача кредита как правило происходит не единовременно, а в порядке оплаты расходов заемщика (кредитная линия). Погашение же кредита и выплата процентов происходят в нынешних российских условиях «по возможности». По этим причинам банк должен постоянно заботиться о покрытии возникающих кассовых разрывов.

Согласно методу разделения характерных времен мы сначала решим задачу управления ликвидностью при заданном кредитном портфеле, а затем используем ее решение для оценки финансовой эффективности кредитного портфеля. Говоря языком теории управления мы будем оценивать «программу» (кредитный портфель) исходя из возможностей «регулятора» (текущих операций) парировать «возмущения» (кассовые разрывы). Это как мы увидим ниже позволит нам без дополнительных предположений получить не только оценку доходности, но и *оценку риска* кредитного портфеля.

Итак рассмотрим текущие операции. Для простоты будем считать, что ликвидные активы меняются в дискретные моменты времени. Поскольку кредитный портфель мы считаем фиксированным, сальдо поступлений и платежей  $X_t$  по операциям с расчетными счетами, депозитами и ссудами клиентов в момент времени  $t$  можно считать случайной величиной, вид функции распределения которой зависит от кредитного портфеля банка. Случайные величины  $X_t$  при разных  $t$  для простоты считаются независимыми и одинаково распределенными с функцией распределения  $F$  и конечным математическим ожиданием. Эта функция распределения и описывает в модели кредитный портфель и средний размер депозитов и остатков расчетных счетов

Банк определяет величину чистого дохода  $\Psi$ , исходя из функции распределения случайной величины  $X$ . При реализации величины сальдо  $X$  у банка образуется либо недостаток, либо избыток денег. В первом случае банк занимает недостающие средства на рынке краткосрочных МБК, а во втором вкладывает избыточные ресурсы в ГКО. Допускается, что крайнем случае, банк может терпеть убытки ( $\Psi < 0$ ), например, покрывая их за счет реализации своих материальных активов.

По техническим причинам провинциальные банки не могут выступать кредиторами по МБК, кроме того, им недоступны самые краткосрочные МБК (overnight). Поэтому для провинциальных банков характерное время операций по МБК и ГКО оказываются примерно одинаковыми (неделя), а цена МБК оказывается систематически и существенно выше доходности ГКО. Поскольку ГКО здесь рассматриваются как инструмент управления ликвидностью, а не как источник доходов, мы считаем, что банк не ждет их погашения, а быстро реализует. Для простоты предполагается что срок, на который берутся МБК и срок за который реализуются купленные ГКО совпадают с шагом расчетов в модели.

Обозначим через  $M_t, K_t, S_t$  ликвидные активы банка (каассу и остатки корреспондентских счетов), его заимствования на рынке МБК и вложения в ГКО в момент времени  $t$ , соответственно, а через  $R_k, R_s$  – процент по МБК и доходность ГКО, соответственно. В этих обозначениях имеем следующее уравнение изменения ликвидных активов:

$$M_{t+1} = M_t - (1 + R_k)K_t + (1 + R_s)S_t + K_{t+1} - S_{t+1} + X_t - \Psi_{t+1}. \quad (2)$$

Здесь и ниже мы полагаем проценты  $R_k, R_s$  постоянными, хотя по статистике они заметно изменяются в течение года. Дело здесь в том, что банк интересуют не известные прошлые значения процентов, а прогноз их изменения в будущем. Задаваться какой-то конкретной будущей динамикой процентов при исследовании общих проблем неестественно, а часто принимаемое в финансовом анализе предположение о случайности будущих значений процентов не только принципиально усложняет задачу, но и сомнительно с методологической точки зрения. В самом деле, банков много и клиентов у банка много, поэтому можно говорить о некоторой статистической повторяемости величин типа  $X_t$ . Рыночные же проценты  $R_k, R_s$  едины для всего банковского сообщества и изменяются вместе с его состоянием и ожиданиями. Говорить здесь о статистических зави-



симостях и флуктуациях в том смысле, как о них говорят в физике, заведомо нельзя.

С нашей точки зрения наиболее разумным способом применения приводимых ниже результатов является принцип скользящего планирования: решить задачу в предположении, что проценты сохраняются на наблюдаемом в настоящий момент уровне, применить рекомендуемые ее решением управления на одном периоде, взять новые наблюдаемые проценты, снова решить задачу управления и т.д. Имея в виду этот способ действий, мы и рассматриваем проценты как постоянные параметры.

### 2.3. Управление ликвидными активами: анализ ex post

Чтобы пояснить особенности задачи, проведем следующие рассуждения. Предположим что на интервале времени  $[t, T]$  реализовалась последовательность величин, связанных уравнением (2). Рассмотрим частичную сумму ряда NPV (1) и выразим в ней  $\Psi_{\tau+1}$  с помощью уравнения (2). После очевидных преобразований найдем, что

$$\begin{aligned}
& \sum_{\tau=t}^T (1+\Delta)^{t-\tau} \Psi_{\tau+1} = \{M_t - R_k K_t + R_s S_t\} + \\
& + \sum_{\tau=t}^T (1+\Delta)^{t-\tau} X_\tau - \Delta \sum_{\tau=t+1}^{T-1} (1+\Delta)^{t-\tau} M_\tau + \\
& + (\Delta - R_k) \sum_{\tau=t+1}^{T-1} (1+\Delta)^{t-\tau} K_\tau + \\
& + (R_s - \Delta) \sum_{\tau=t+1}^{T-1} (1+\Delta)^{t-\tau} S_\tau + \\
& + (1+\Delta)^{t-T} K_{T+1} - \\
& - (1+\Delta)^{t-T} (M_{T+1} + S_{T+1})
\end{aligned}$$

Первое слагаемое (фигурная скобка) показывает вклад в NPV начальных ликвидных активов банка. Второе слагаемое задает вклад в NPV от операций с клиентами. Третье слагаемое выражает упущенную выгоду от того, что деньги были заморожены в виде наличности.

Четвертое слагаемое описывает вклад в NPV от операций на рынке МБК. Он может быть положительным или отрицательным в

зависимости от знака разности  $\Delta - R_k$  внутреннего коэффициента дисконтирования и рыночной ставки процента по МБК. Если  $\Delta - R_k > 0$ , NPV возрастает при росте заимствований, и банк склонен "проедать" МБК, не взирая на угрозу погашать их за счет будущих убытков (отрицательных  $\Psi_{\tau+1}$ ). Такой банк будет предъявлять неограниченный спрос на рынке МБК, что приведет, либо к повышению  $R_k$ , либо к исключению данного банка с рынка в связи с его неплатежеспособностью.

Пятое слагаемое описывает вклад в NPV от операций на рынке ГКО. Если  $R_s - \Delta > 0$ , NPV неограниченно растет при росте вложений в ГКО. Такой банк вполне удовлетворяется доходностью ГКО и не будет заинтересован в операциях с клиентами, приносящих ограниченный вклад в NPV. Заметим, что если таких банков много, их спрос на рынке ГКО понизит  $R_s$ .

Шестое слагаемое показывает, что банк может иметь положительный чистый доход и увеличить NPV, если не возвратит последний МБК, взятый на интервале времени  $[t, T]$ . При  $T \rightarrow \infty$  такое поведение дает математическое описание финансовой "пирамиды" (ponsy game). На реальном рынке МБК финансовая "пирамида" исключается лимитами кредитования, поэтому в задаче управления ликвидностью надо требовать, чтобы  $\Delta^{-T} K_T \rightarrow 0$  при  $T \rightarrow \infty$ .

Последнее слагаемое возникло из-за того, что мы рассмотрели частичную сумму для выражения NPV. Оно несущественно, если рассматривать задачу управления ликвидностью на бесконечном интервале времени.

Проведенный анализ показывает, что, во-первых, задачу управления ликвидностью имеет смысл рассматривать только если процент по МБК больше процента по ГКО, а внутренний коэффициент дисконтирования банка заключен между ними, причем ясен в принципе и механизм возникновения указанного согласования процентов и коэффициентов дисконтирования. При этих условиях получается оценка сверху для величины NPV :

$$\sum_{\tau=t}^{\infty} (1 + \Delta)^{t-\tau} \Psi_{\tau+1} \leq M_t - (1 + R_k)K_t + (1 + R_s)S_t + const.$$

#### 2.4. Управление ликвидными активами: анализ ex ante.

Задача управления ликвидностью банка описываются как выбор управлений  $M_{t+1} \geq 0$ ,  $K_{t+1} \geq 0$ ,  $S_{t+1} \geq 0$ ,  $\Psi_{t+1}$ , связанных огра-

ничением (2). Поскольку процесс изменения кассового остатка описан как случайный, следует считать, что банк управляет текущими операциями в зависимости от сложившегося состояния  $Z_t = \{M_t, K_t, S_t\}$  и реализации случайной величины  $X_t$ . Поэтому стратегию банка следует описывать четверкой функций:

$$\Omega = \{\tilde{M}(Z, X), \tilde{K}(Z, X), \tilde{S}(Z, X), \tilde{\Psi}(Z)\}, \quad (3)$$

показывающих как банк выбирает  $M_{t+1}, K_{t+1}, S_{t+1}, \Psi_{t+1}$  в состоянии  $Z$  при возмущении  $X$ . Эти функции должны удовлетворять условиям:

$$\begin{aligned} \tilde{M}(Z, X) &\geq 0; \quad \tilde{K}(Z, X) \geq 0; \quad \tilde{S}(Z, X) \geq 0; \\ \tilde{M}(Z, X) &\equiv (1 + R_k)K + (1 + R_s)S + \tilde{K}(Z, X) - \tilde{S}(Z, X) + X - \tilde{\Psi}(Z). \end{aligned}$$

В определении стратегии (3) важно то, что величина планируемого банком чистого дохода  $\tilde{\Psi}(Z)$  считается не зависящей от текущей величины сальдо по операциям с клиентами  $X$ . Содержательно это означает, что банк должен обеспечить относительно стабильный поток чистого дохода, не реагирующий на каждую флуктуацию величины  $X_t$ .

Стратегия  $\Omega$  и начальное состояние  $Z_0$  определяют марковский процесс изменения состояния банка<sup>6</sup>:

$$\begin{aligned} Z_{t+1} = \{M_{t+1}, K_{t+1}, S_{t+1}\} = \\ \{\tilde{M}(Z_t, X_t), \tilde{K}(Z_t, X_t), \tilde{S}(Z_t, X_t)\} = G_{\Omega}(Z_t, X_t) \end{aligned} \quad (4)$$

и последовательность случайных величин

$$\Psi_{t+1} = \tilde{\Psi}(Z_t). \quad (5)$$

В соответствии с проведенным в предыдущем разделе анализом потребуем, чтобы стратегия гарантировала отсутствие пирамиды, т. е. чтобы в рассматриваемом марковском процессе с вероятностью 1 выполнялось соотношение

---

<sup>6</sup> Математически строгое описание модели приведено в [19].

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \Delta^{-t} K_t = 0, \quad (6)$$

а параметры удовлетворяли неравенствам

$$1 < R_s < \Delta < R_k. \quad (7)$$

В соответствии с принятым выше критерием NPV (1), задачу управления ликвидностью поставим как выбор стратегии  $\Omega$ , которая максимизирует ожидаемую величину дисконтированного чистого дохода (NPV)

$$J_{\Omega}(Z) = \mathbf{E} \left\{ \sum_{\tau=t}^{\infty} (1 + \Delta)^{t-\tau} \Psi_{\tau} \mid Z_t = Z \right\}. \quad (8)$$

Здесь и ниже  $\mathbf{E}$  – знак математического ожидания.

Выше показано, что при условиях (6), (7) величина  $J_{\Omega}$  ограничена сверху для всех  $\Omega$  и, тем самым, задача ее максимизации математически корректна.

Величина  $J_{\Omega}$  зависит от исходного состояния  $Z$  и может рассматриваться как оценка этого состояния: находясь в состоянии  $Z$  банк, применяющий стратегию  $\Omega$  может ожидать получить приведенный доход  $J_{\Omega}(Z)$ . Из выражения (8) и уравнения (4) нетрудно вывести соотношение (*уравнение Колмогорова*) неявно определяющее  $J_{\Omega}$  как функцию (оценку) состояния.

$$J_{\Omega}(Z) = \Psi(Z) + (1 + \Delta)^{-1} \mathbf{E}_X \{ J_{\Omega}(G_{\Omega}(Z, X)) \}. \quad (9)$$

Это уравнение показывает, что  $J_{\Omega}$  складывается из текущего дохода  $\Psi(Z)$  и дисконтированного среднего значения оценки состояния  $G_{\Omega}(Z, X)$ , в которое мы попадем после первого шага (см. (4)).

Допустимую стратегию  $\hat{\Omega} = \{ \hat{M}(Z, X), \hat{K}(Z, X), \hat{S}(Z, X), \hat{\Psi}(Z) \}$  будем называть оптимальной, если в любом состоянии она обещает значение NPV большее, чем любая другая стратегия

$$\hat{J}(Z) = J_{\hat{\Omega}}(Z) \geq J_{\Omega}(Z) \quad (10)$$

Если оптимальная стратегия существует, то  $\hat{J}(Z)$  удовлетворяет уравнению Колмогорова (9), при  $\Omega = \hat{\Omega}$  причем в силу оптимальности стратегии  $\hat{\Omega}$  никакое изменение функций  $\hat{M}(Z, X)$ ,  $\hat{K}(Z, X)$ ,

$\hat{S}(Z, X)$ ,  $\hat{\Psi}(Z)$  не может увеличить правую часть этого уравнения.

Иными словами

$$\hat{J}(M, K, S) = \max_{\Psi} \left[ \Psi + \frac{I}{I + \Delta} \mathbf{E}_X \left\{ \max_{\substack{M' = M - (I + R_k)K + (I + R_s)S + \\ + K' - S' + X - \Psi; \\ M' \geq 0; K' \geq 0; S' \geq 0;}} \hat{J}(M', K', S') \right\} \right]. \quad (11)$$

Это уравнение называется *уравнением Беллмана*. Оно определяет как  $\hat{J}(Z)$ , так и оптимальную стратегию  $\hat{\Omega}$ . Если мы подберем функцию  $\hat{J}(Z)$ , удовлетворяющую (11), то в принципе сможем определить и точки  $M', K', S', \Psi$ , в которых достигаются максимумы в правой части (11). Эти точки будут зависеть от  $X$  и  $\{M, K, S\} = Z$ , и эта зависимость определит искомые составляющие оптимальной стратегии  $\hat{M}(Z, X)$ ,  $\hat{K}(Z, X)$ ,  $\hat{S}(Z, X)$ ,  $\hat{\Psi}(Z)$ . Выполнение требования независимости  $\Psi$  от  $X$  обеспечивается тем, что максимизация по  $\Psi$  в отличие от максимизация по  $M', K', S'$  выполняется после, а не до усреднения по  $X$ .

Уравнение Беллмана можно составить для большинства динамических задач оптимального управления и детерминированных, и стохастических и даже игровых<sup>7</sup>, однако, решить это уравнение аналитически удастся в считанном числе случаев. Одним из таких счастливых случаев является рассматриваемая задача управления ликвидностью банка.

Введем обозначение

$$\Phi = \Psi - M + (I + R_k)K - (I + R_s)S$$

и приведем уравнение Беллмана (11) к виду

---

<sup>7</sup> Например, если исходить из принципа наименьшего действия, можно составить уравнение Беллмана для механического движения. Это будет уравнение в частных производных первого порядка, содержащее операцию максимизации неизвестной функции. В задачах механики этот максимум можно вычислить, не зная решения, и получить из уравнения Беллмана уравнение Гамильтона-Якоби для величины действия, которое является аналогом функции  $\hat{J}$ . Решение уравнения Беллмана методом характеристик формально дает соотношения принципа максимума Понтрягина.

$$\begin{aligned}
& \hat{J}(M, K, S) = M + (1 + R_k)K - (1 + R_s)S + \\
& + \max_{\Phi} \left\{ \Phi + \frac{I}{1 + \Delta} \mathbf{E}_X \left\{ \max_{\substack{M', K', S' \geq 0 \\ M' = K' - S' + X - \Phi;}} \hat{J}(M', K', S') \right\} \right\}. \quad (12)
\end{aligned}$$

Максимум в правой части (12) не зависит от  $M, K, S$ , следовательно функция Беллмана линейна:

$$J(M, K, S) = M + (1 + R_k)K - (1 + R_s)S + V, \quad (13)$$

Подставляя это выражение в (12), получаем, что

$$\begin{aligned}
& V\Delta = \\
& + \max_{\Phi} \left\{ \Phi + \frac{I}{1 + \Delta} \mathbf{E}_X \left\{ \max_{\substack{K', S' \geq 0 \\ K' - S' + \\ + X - \Phi \geq 0;}} ((K' - S' + X - \Phi) - (1 + R_k)K' + (1 + R_s)S') \right\} \right\}
\end{aligned}$$

Поскольку  $R_k > R_s$ , выражение  $(K' - S' + X - \Phi) - (1 + R_k)K' + (1 + R_s)S'$  возрастает, когда  $K'$  и  $S'$  уменьшаются на одну и ту же величину. Из этого следует, что внутренний максимум достигается при значениях

$$M' = 0 \quad K' = (\Phi - X)_+, \quad S' = (X - \Phi)_+,$$

где выражение  $x_+$  обозначает  $\max\{x, 0\}$ , и в (13)

$$\begin{aligned}
& V = \max_{\Phi} \left\{ \Phi + \mathbf{E}_X \left\{ -\frac{R_k}{\Delta} (\Phi - X)_+ + \frac{R_s}{\Delta} (X - \Phi)_+ \right\} \right\} = \\
& = \max_{\Phi} \left\{ \Phi - \frac{R_k}{\Delta} \int_{-\infty}^{\Phi} (\Phi - X) dF(X) + \frac{R_s}{\Delta} \int_{\Phi}^{\infty} (X - \Phi) dF(X) \right\} \quad (14)
\end{aligned}$$

где  $F$  – функция распределения случайных величин  $X_t$ .

Дифференцированием по  $\Phi$  легко показать, что максимум в (14) достигается при  $\Phi$ , удовлетворяющем уравнению

$$F(\Phi) = \frac{\Delta - R_s}{R_k - R_s}, \quad (15)$$

которое в силу (7) всегда имеет единственное решение<sup>8</sup>

Как говорилось выше, знание точек максимума в (12) позволяет описать оптимальную стратегию  $\hat{\Omega} = \{\hat{M}(Z, X), \hat{K}(Z, X), \hat{S}(Z, X), \hat{\Psi}(Z)\}$ . Она как легко проверить будет такой<sup>9</sup>:

$$\hat{M}(Z, X) \equiv 0 \quad (16)$$

$$\hat{K}(Z, X) = [\Phi - X]_+, \quad \hat{S}(Z, X) = [X - \Phi]_+, \quad (17)$$

$$\hat{\Psi}(Z) = M + \Phi - (1 + R_k)K + (1 + R_s)S, \quad (18)$$

где константа  $\Phi$  определяется уравнением (15)

Смысл полученных выражений для оптимальной стратегии, очень прост. Во-первых, не следует держать в кассе лишних денег. Во-вторых, чистый доход надо планировать по правилу (18) в зависимости от текущего состояния кредитного портфеля  $F$ , процента по МБК  $R_k$ , доходности ГКО  $R_s$  и видов на будущее, которые выражаются нормой дисконта будущих доходов  $\Delta$ . В-третьих, если текущего дохода  $X - (1 + R_k)K + (1 + R_s)S$  не хватает, чтобы получить запланированный доход  $\Psi$ , дефицит денег надо покрывать заимствованиями на МБК. В противном случае все оставшиеся деньги надо вкладывать в ГКО.

## 2.5. Микро- или макро- модель?

Полученная выше оптимальная стратегия управления ликвидными активами банка требует, чтобы остатка ликвидных активов не было вовсе (16), что, очевидно, не соответствует реальности. Это объясняется тем, что в рассмотренной выше задаче мы не учли ограничений ликвидности (см., например, [16]). Для банка эти ограничения связаны с необходимостью накапливать ликвидность для покрытия некоторых фиксированных составляющих чистого дохода (зарплаты сотрудникам, налогов, дивидендов), невозможностью

<sup>8</sup> Если  $F$  имеет разрывы, решением считается точка, слева от которой  $F$  меньше  $\Phi$ , а справа – больше.

<sup>9</sup> Мы получили уравнение Беллмана как *необходимое* условие оптимальности стратегии, поэтому, строго говоря, надо еще доказать, что оптимальная стратегия существует и что найденная нами стратегия  $\hat{\Omega}$  не порождает пирамиды (см. (6)). Соответствующие доказательства приведены в [19]

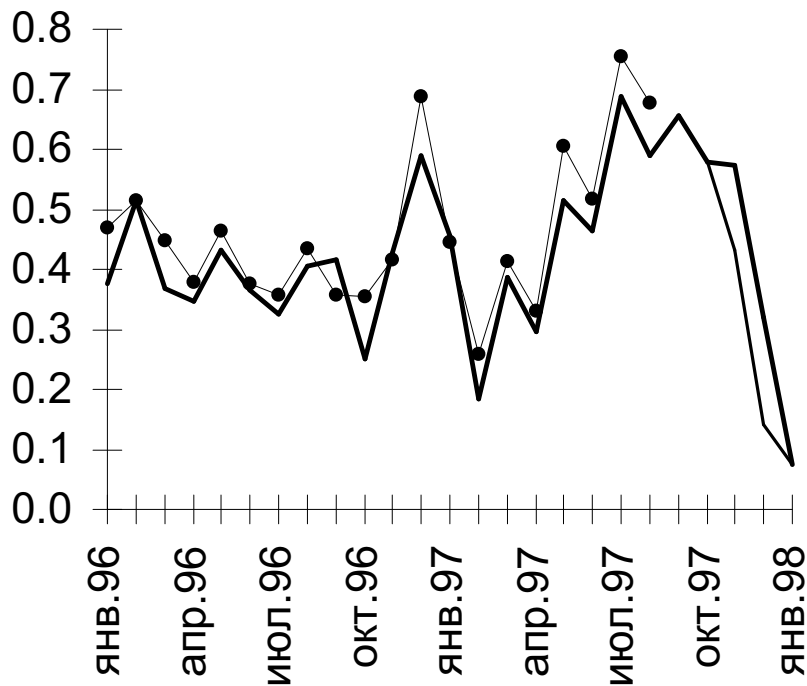


Рис. 1

взять межбанковский кредит непосредственно перед платежом<sup>10</sup> и др. Учитывая эти ограничения с разной степенью детальности, можно получить целый спектр задач управления ликвидностью, подобных рассмотренной выше, но более сложных. Решение одной из этих задач было использовано нами при описания деятельности региональной банковской системы в рамках работы по моделированию экономики и кредитно-денежной сферы Свердловской области, выполненной в 1996-1997г. рабочей группой ВЦ РАН под руководством академика РАН А.А. Петрова (см. также [16]). В этой усложненной модели вместо (16) получается выражение

$$\hat{M}(Z, X) = a \hat{\Psi}(Z) + b \hat{S}(Z, X)$$

где  $a$ ,  $b$  – константы, выражающие ограничения ликвидности,  $\hat{\Psi}(Z)$ ,  $\hat{K}(Z, X)$ ,  $\hat{S}(Z, X)$  по прежнему определяются выражениями (18), (17), а правая часть уравнения (15) становится несколько сложнее.

Кроме ограничений ликвидности в модели как экзогенный фактор были учтены некие довольно загадочные периодические гармонические колебания, пронизывающие синхронно все показатели со-

<sup>10</sup> Фактически в начале операционного дня банк должен иметь на своем корреспондентском счете в ЦБ сумму достаточную для покрытия всех своих платежных поручений независимо от объема ожидающихся в этот день поступлений.



стояния экономики региона. Специалисты по экономической статистике называют эти колебания сезонными, но фактически их период и фаза не соответствуют ни климатическим сезонам, ни финансовым циклам (срокам подачи отчетности и налоговых платежей), ни колебаниям темпа инфляции и процентов в масштабе страны.

На рис. 1 показана динамика средних значений суммарного остатка ликвидных активов банков региона, вычисленная по модели (линия) и фактические значения этого показателя взятые из статистики (точки). Среднее отклонение модели от статистики по этому показателю менее 10%, коэффициент корреляции модельного и статистического ряда более 95%.

Такими результатами не грех похвастаться, но более глубокое их осмысление наверно вызовет у читателя некоторое недоумение. Применение оптимальной стратегии (18) должно приводить к постоянным или, с учетом «сезонных колебаний», к периодически колеблющимся средним значениям показателей состояния банка, а на рис. 1 видны аperiодические колебания? Модель описывала рациональное поведение одного банка, а применена к описанию совокупности банков региона, состоящей из примерно 50 независимых банков, не имеющих единого центра, который диктовал бы им общую синхронную стратегию управления ликвидными активами?

На первый вопрос ответить просто. Решение задачи оптимального управления ликвидными активами в рамках модели региона использовалось согласно упомянутому в конце раздела 2.2 принципу *скользящего планирования*. Объем заимствований по МБК и вложений в ГКО определялся согласно оптимальной стратегии (17) по текущему состоянию кредитного портфеля  $F$ , и текущим значениям процента по МБК  $R_k$ , доходности ГКО  $R_s$ , а затем эти величины изменялись. Кредитный портфель – в силу описанного в модели изменения финансового состояния клиентов (см. ниже), а  $R_k$ ,  $R_s$  – в силу наблюдаемого изменения на российских финансовых рынках<sup>11</sup>.

На вопрос о том, можно ли применять модель одного банка к целой системе, не имеющей единого управляющего центра, ответить гораздо сложнее. Здравый смысл, воспитанный на моделях физических систем, говорит, что применение модели к системе банков должно дать результаты худшие, чем ее применение к каждому отдельному банку системы. В самом деле, каждый банк имеет, вообще

---

<sup>11</sup> Проценты определяются на национальных финансовых рынках и не могут быть рассчитаны с помощью модели региональной экономики. Модель современной российской экономики, которая могла бы это сделать в настоящее время разрабатывается нашей рабочей группой.

говоря, свой коэффициент дисконтирования  $\Delta$  и свой кредитный портфель  $F$ . Наложение же стратегий решающих разные оптимизационные задачи не образует, вообще говоря, оптимальной стратегии ни для какой оптимизационной задачи для всей системы.

Опыт моделирования экономики, однако, недвусмысленно показывает, что этот здравый взгляд ошибочен! Временные ряды изменения остатков ликвидных активов отдельных банков являются информацией весьма конфиденциальной. Однако, попадавших в разное время в распоряжение авторов данных достаточно, чтобы утверждать со всей определенностью, что приведенная выше модель *не даст* таких хороших результатов, какие приведены на рис. 1, *ни для одного конкретного банка!* Дело здесь, видимо в том, что стратегии банков не просто накладываются друг на друга. Банки находятся между собой в сложных отношениях *специализации, конкуренции и подражания*. В силу специализации банков на отдельных видах операций, они только все вместе образуют простую однородную систему, описываемую соотношениями (1), (2); в силу конкуренции, выгода, упущенная одним банком, перехватывается другим и все вместе они извлекают больший доход, чем при простом наложении поведения; наконец, подражание приводит к возникновению единой оценки перспектив. В результате этих эффектов из неоптимально действующих элементов складывается оптимально действующая система.

Подобные эффекты, называемые часто *синергетическими*, наблюдаются и в других подсистемах экономики (и биосферы). Например, хорошая модель отрасли промышленности получается, если рассматривать ее как совокупность «фирм», описываемых простейшими линейными оптимизационными моделями [20], но попытка сопоставить эти «фирмы» с реальными предприятиями отрасли не удается. Еще более удивительным примером служит описание потребительского поведения населения. Традиционная модель рационального потребителя, максимизирующего полезность потребления при бюджетном ограничении [16], заведомо непригодна для описания поведения отдельной семьи и даже однородной группы семей, но, как доказано эмпирическими исследованиями [21], прекрасно подходит для описания поведения всей совокупности потребителей страны или региона.

В каждом из этих случаев *post factum* можно найти качественное объяснение наблюдаемого синергетического эффекта, однако, методов, позволяющих предугадать его заранее, а тем более описать формально, пока не существует. Остается только практический рецепт: если нужно построить *макромодель*, лучше всего агрегировать

схематические оптимизационные модели элементов системы, если нужно построить *микромодель*, лучше оставить методы оптимизации и использовать методы описания поведения, выработанные в искусственном интеллекте (экспертные системы, ситуационное управление и т. п.).

### 3. Модель взаимодействия банка с клиентами

#### 3.1. Критерий оценки кредитного портфеля

Вернемся снова к модели (2), (8), (10), рассматривая ее как описание отдельного банка. Максимально возможное ожидаемое значение NPV (13) складывается из величины  $M + (1 + R_k)K - (1 + R_s)S$ , которая дает оценку в единицах ожидаемого NPV текущего состояния  $Z = \{M, K, S\}$ , и величины  $V = V[F]$ , которую следует интерпретировать как оценку в единицах ожидаемого NPV распределения вероятностей  $F$  потока доходов и расходов, порожденного имеющимся у банка кредитным портфелем. Подчеркнем, что функционал  $V[F]$  (14) зависит от распределения, а не от среднего дохода и, следовательно, оценивает одновременно и *доходность* и *риск* портфеля. Напомним, что это соизмерение доходности и риска, получено не из априорных соображений, а в силу конкретных возможностей банка парировать возникающие кассовые разрывы и размещать возникающий на короткий срок избыток ликвидных средств.

Обычно в теории выбора оптимального портфеля [1, 24] рассматривается предложенный Дж. Фон Нейманом функционал ожидаемой полезности (expected utility)

$$N[F] = \int_{-\infty}^{\infty} u(X) dF(X) \quad (19)$$

где  $u(X)$  – некоторая вогнутая монотонная функция, задающая степень *отвращения к риску* агента, выбирающего портфель: если вычислить (19) для двух распределений с одинаковым средним и различной дисперсией, то  $N$  окажется больше для распределения с меньшей дисперсией и разница в оценке распределений будет тем больше, чем больше кривизна графика функции  $u(X)$ .

Несмотря на свою широкую популярность функционал (19) как способ оценки распределений обладает известными существенными

недостатками: во-первых, его применение требует задания практически "с потолка" целой функции  $u(X)$ ; во-вторых, он вообще говоря не инвариантен к изменению масштаба операций – при изменении всех доходов и расходов в одно и то же число раз он будет рекомендовать изменить пропорции портфеля<sup>12</sup>; наконец, в-третьих, в некоторых случаях выбор, диктуемый функционалом (19) резко противоречит интуиции большинства людей (парадокс Алле).

Полученный нами функционал (14) как можно показать [19] не выражается в виде (19). Он однороден (при линейном преобразовании случайной величины  $X \rightarrow aX + b$  он преобразуется по тому же закону  $V \rightarrow aV + b$ ), в ситуации выбора, предложенной Алле, он дает результат согласующийся с интуицией и, в то же время, функционал (14) описывает отвращение к риску. При одинаковых средних и разных дисперсиях значение  $V$  для распределения с меньшей дисперсией будет тем больше, чем больше разница между  $R_k$  и  $R_s$ .

Функционал (14) был предложен [22] в теории выбора портфеля несколько лет назад из общих соображений как альтернатива функционалу ожидаемой полезности и получил название "функционала двойственной теории выбора" (functional of dual choice theory или на бесхитростном жаргоне финансового анализа non-expected utility). Замечательно однако, что здесь мы получили этот функционал не из априорных соображений, а как решение вполне естественной линейной задачи управления ликвидными активами банка.

### 3.2. Формирование спроса на кредит

До сих пор мы описывали кредитный портфель обобщенно, с помощью функции распределения  $F$ . Чтобы поставить задачу управления кредитным портфелем этого недостаточно. Надо явно описать как связано это распределение с контрактами, заключенными банком со своими клиентами. Пусть у банка есть  $n$  клиентов-заемщиков – промышленных и торговых фирм. Тогда сальдо поступлений и платежей  $X_t$  в (2) представляется в виде

$$X_t = X_t^0 + \sum_{i=1}^n X_t^i \quad (20)$$

---

<sup>12</sup> Это может быть естественно для индивидуального инвестора располагающего заданным исходным капиталом, но странно для банка ориентированного на систематический рост оборота.

где  $X_t^i$  – сальдо операций с  $i$ -м клиентом по выдаче и возврату с процентом кредитов, а  $X_t^0$  – сальдо операций с депозитами и расчетными счетами клиентов и бюджета и прочим операциям, не связанным с кредитованием, вложениями в ГКО и заимствованием по МБК. Управление этими операциями мы здесь не рассматриваем, поэтому случайную величину  $X_t^0$  будем считать заданной и клиентами в дальнейшем называем только заемщиков по ссудным счетам.

Рассмотрим теперь схематичное описание деятельности клиента (более конкретная модель нужного типа рассмотрена в [23]). С точки зрения финансов клиент  $i$  характеризуется способностью извлекать прибыль  $P_i$  из своей деятельности<sup>13</sup>. Эта прибыль частично определяется выбором режима деятельности клиентом (номенклатуры и объемов производства, каналов реализации и т.п.) – всю эту совокупность факторов мы условно обозначим через  $y_i$ , а частично – неконтролируемыми факторами (колебаниями спроса, цен, «наездами» преступников и коррумпированных чиновников, и т.п.), которые будем считать случайными. Чтобы избежать тонких вероятностных рассуждений, предположим, что все возможные сочетания значений неконтролируемых факторов для клиента делятся на два класса – «хорошие» и «плохие», которые реализуются с вероятностями  $\tau_i$  и  $1-\tau_i$ , соответственно,  $0 < \tau_i < 1$ . При реализации «хорошего» сочетания факторов (в хорошем состоянии) клиент в режиме  $y_i$  получает прибыль  $P_i^+(y_i)$ , а в плохом состоянии –  $P_i^-(y_i) < P_i^+(y_i)$ . Клиент выбирает режим функционирования  $y_i$ , не зная в каком состоянии он находится и получает *случайную величину* прибыли

$$P_i = \begin{cases} P_i^+(y_i) & \text{с вероятностью } \tau_i \\ P_i^-(y_i) & \text{с вероятностью } 1 - \tau_i \end{cases}$$

Например, в упомянутой выше модели региональной экономики и в [23] в качестве клиента банка выступает предприятие, которое недоплачивает поставщикам за сырье и в связи с этим вынуждено терпеть неплатежи традиционных потребителей своей продукции (см. по

<sup>13</sup> Как всегда в экономической теории, под прибылью здесь подразумевается не отчетная бухгалтерская величина, а реальный доход фактического владельца предприятия с учетом «теневых» доходов и «теневых» расходов (например, взяток чиновникам и отступных рэкетирам), см. также. [16]

этому поводу [16]). Оно, однако, может использовать часть сырья для производства потребительского продукта который можно реализовать за «живые» деньги. Хорошее состояние для этого предприятия, когда его потребительский продукт находит спрос, – предприятие тогда получает большую прибыль вследствие дешевизны сырья; плохое состояние, когда потребительский продукт реализовать не удастся, – предприятие тогда терпит убытки, поскольку работает за неплатежи.

Мы предполагаем, что клиент – это длительно существующее предприятие, которое заинтересовано в средней прибыли  $EP_i(y_i) = \tau_i P_i^+(y_i) + (1 - \tau_i) P_i^-(y_i)$ . Пусть  $y_i^*$  режим функционирования, который обеспечивает максимальное значение этой величины

$$EP_i(y_i^*) = \max_{y_i} \{ \tau_i P_i^+(y_i) + (1 - \tau_i) P_i^-(y_i) \}$$

Если  $P_i^+(y_i^*) > 0$  и  $P_i^-(y_i^*) > 0$ , то клиент не нуждается в кредите. (Напомним, что мы рассматриваем нерастущую экономику, в которой производители и торговцы не нуждаются в кредите для систематического расширения производства и оборота). Если же  $EP_i(y_i^*) < 0$ , клиент не может обеспечить положительной средней прибыли и, следовательно не сможет долго платить даже проценты по кредиту. Банк не должен вступать с таким клиентом в длительные отношения<sup>14</sup>.

Таким образом, нас интересует случай, когда  $P_i^+(y_i^*) > 0$ ,  $P_i^-(y_i^*) < 0$ , но  $EP_i(y_i^*) > 0$ . Если клиент не имеет возможности взять кредит, он не сможет в этом случае реализовать оптимальный режим  $y_i^*$ , поскольку плохое состояние может длиться неопределенно долго и убытки  $P_i^-(y_i^*) < 0$  сделают клиента неплатежеспособным. В отсутствие кредита клиент вынужден выбирать режим  $y_i^0$ , который не приносит убытков в плохом состоянии:

<sup>14</sup> Фактически у всех банков есть клиенты, которые заведомо не смогут выплатить даже проценты по взятым кредитам. Если эти безнадежные долги не являются скрытой формой бюджетного финансирования клиента, они должны быть признаны результатом ошибочного поведения банка. Накопление таких ошибок приведет банк к закрытию. Здесь мы рассматриваем идеализированную стационарную ситуацию, когда банк и клиент существуют и взаимодействуют неопределенно долго.

$$E P_i(y_i^0) = \max_{y_i: P_i^-(y_i) \geq 0} \{ \tau_i P_i^+(y_i) + (1 - \tau_i) P_i^-(y_i) \} \quad (21)$$

Разумеется  $E P_i(y_i^0) < E P_i(y_i^*)$ , и клиенту может быть выгодное заплатить процент за кредит покрывающий убытки, чем пытаться во все избежать этих убытков.

Предположим тогда, что клиент и банк заключают контракт следующего вида: в плохом состоянии клиента банк покрывает все его убытки, а в хорошем – забирает долю его прибыли  $\sigma(r_i, y_i)$  с таким расчетом, чтобы в среднем вернуть выданный кредит с оговоренным (простым<sup>15</sup>) процентом  $r_i$

$$\sigma(r_i, y_i) \tau_i P_i^+(y_i) = (1 + r_i)(1 - \tau_i) \lfloor P_i^-(y_i) \rfloor \quad (22)$$

(Здесь и далее  $\lfloor x \rfloor = \max\{0, -x\}$ . По определению эта величина положительна). Консультации с банкирами, работающими в Свердловской области показали, что контракты, чаще всего негласные, указанного вида – это типичная практика.

Заключив такой контракт, клиент будет получать в хорошем состоянии доход  $(1 - \sigma(r_i, y_i)) P_i^+(y_i)$ , а в плохом –  $\lfloor P_i^-(y_i) \rfloor$  и выберет режим  $\hat{y}_i(r_i)$ , такой что

$$\begin{aligned} E P_i(\hat{y}_i(r_i)) &= \max_{y_i} \left\{ (1 - \sigma(r_i, y_i)) \tau_i P_i^+(y_i) + (1 - \tau_i) \lfloor P_i^-(y_i) \rfloor \right\} \\ &= \max_{y_i} \left\{ \tau_i P_i^+(y_i) + (1 - \tau_i) P_i^-(y_i) - (1 - \tau_i) r_i \lfloor P_i^-(y_i) \rfloor \right\} \end{aligned}$$

Легко показать, что контракт клиенту будет выгоден ( $E P_i(y_i^0) < E P_i(\hat{y}_i(r_i)) < E P_i(y_i^*)$ ) и он будет брать кредит, если про-

цент  $r_i$  не превосходит величины  $\frac{\lambda_i}{1 - \tau_i}$ , где  $\lambda_i$  – множитель Ла-

гранжа при ограничении  $P_i^-(y_i) > 0$  в задаче условной оптимизации (21).

<sup>15</sup> Как мы уже говорили вначале работы в нерастущей экономике банк реально может рассчитывать только на получение простого процента от кредитных операций.

### 3.3. Интеграция предприятий под эгидой банков: финансово-промышленные группы.

С точки зрения банка выполнение контракта с  $i$ -м клиентом выразится в том, что сальдо его кредитных операций с этим клиентом (см. (20)) будет случайной величиной

$$X^i = \begin{cases} \delta_i(r_i)P_i^+(\hat{y}_i(r_i)) & \text{с вероятностью } \tau_i \\ -\left[P_i^-(\hat{y}_i(r_i))\right] & \text{с вероятностью } 1 - \tau_i \end{cases}, \quad (23)$$

где в силу (22)

$$\delta_i(r_i) = \frac{(1+r_i)(1-\tau_i)\left[P_i^-(\hat{y}_i(r_i))\right]}{\tau_i P_i^+(\hat{y}_i(r_i))}$$

Эта случайная величина имеет ступенчатую функцию распределения

$$F_i(X; r_i) = \begin{cases} 0 & -\infty < X < -\left[P_i^-(\hat{y}_i(r_i))\right] \\ 1 - \tau_i & -\left[P_i^-(\hat{y}_i(r_i))\right] \leq X < \delta_i(r_i)P_i^+(\hat{y}_i(r_i)), \\ 1 & \delta_i(r_i)P_i^+(\hat{y}_i(r_i)) \leq X < +\infty \end{cases}, \quad (24)$$

которая зависит от процента  $r_i$  как от параметра.

Функция распределения суммы (20) случайных величин (23) и является той функцией  $F$ , которую оценивает функционал (14). Как хорошо известно, вид функции распределения суммы случайных величин определяется не только распределениями отдельных слагаемых (24), но и статистической зависимостью (корреляцией) между слагаемыми. Например, если клиенты – это предприятия жестко связанные в технологическую цепочку, в плохое состояние они будут попадать скорее всего одновременно и распределение суммы (20) будет иметь гораздо большую дисперсию, чем в случае несвязанных между собой технологически предприятий.

Обсуждение этого вопроса снова возвращает нас к уже обсуждавшейся в [16] проблеме спонтанного объединения российских предприятий в локальные финансово-промышленные группы (ФПГ) под эгидой банков.



Банки и их клиенты-предприятия оказываются связаны особыми отношениями. Успешные операции с рискованными проектами требуют, доверия между кредитором и заемщиком и хорошей информации о состоянии дел у заемщика. В результате этих отношений формируются, особенно в провинции, устойчивые группы, состоящие из банка, нескольких промышленных предприятий и торговых фирм, занимающихся снабжением и сбытом для этих предприятий. Администрации этих учреждений часто тесно переплетены между собой [7]. Условия кредитования в таких группах индивидуальны и свободного рынка кредитов для предприятий нет.

Эти неформальные спонтанные объединения, где обычно доминирует банк, а не организуемые сверху крупные корпорации, мы назвали в [16] финансово-промышленными группами. Мы полагаем, что наличие этих групп оказывает существенное влияние на функционирование экономических механизмов в России. Хотя группы эти возникают в основном, по-видимому на основе личных связей, в рыночной экономике связи, не приносящие финансовой выгоды быстро разрушаются. Поэтому важно выяснить экономические основания устойчивости этих групп. В [16] мы указали одну из причин выгоды интеграции – возможность продавать и покупать неплатежи "поперек" технологических цепочек. Здесь мы обнаруживаем другую – возможность взаимной компенсации рамках группы кредитных рисков и выгоды интеграции даже в отсутствии капитальных вложений.

В [19] с помощью анализа свойств функционала  $V[F]$ , (14) качественно сравнивается с точки зрения компенсации рисков выгода различных видов интеграции [8]: *вертикальной* – предприятий связанных технологической цепочкой; *латеральной* – сходных между собой предприятий и *географической* – совместно расположенных разнородных предприятий. Поскольку при географической интеграции величины  $X^i$  (23) оказываются менее коррелированными, чем при латеральной и особенно вертикальной интеграции, с точки зрения компенсации рисков географическая интеграция оказывается наиболее выгодной. Естественной оказывается она для механизма переучета неплатежей, описанного в [16]. Представляется, что эти теоретические выводы соответствуют действительным процессам. Многие финансово-промышленные группы, сформировавшиеся первоначально на отраслевой основе, активно пополнялись впоследствии местными предприятиями совершенно иного профиля. Сказанное, впрочем, не отрицает специфических выгод вертикальной интеграции, достигающихся с помощью иных, не рассматриваемых здесь механизмов [9, 10, 11, 12].

Заменим наконец, что если  $X^i$  (23) независимы при разных  $i$ , и клиентов у банка достаточно много (несколько десятков) и все они примерно одного размера, то в качестве функции распределения  $F$  можно использовать функцию *нормального* распределения с параметрами  $m = \sum_i \mathbf{E}X^i$ ,  $\sigma^2 = \sum_i \mathbf{D}X^i$ , где средние значения  $\mathbf{E}X^i$  и дисперсии  $\mathbf{D}X^i$  вычисляются по распределениям (24).

### 3.4. Локально-монопольный рынок кредитов

Как бы ни формировалось распределение  $F$  из распределений (24), оно будет зависеть как от параметров от значений процентов,  $r_1, \dots, r_i, \dots, r_n$ , назначенных банку клиентами. Обычно в теории предполагается, что процент по кредитам данного типа (цена на активы определенной ликвидности) едина, так же как едины цены на продукты. В рассматриваемой ситуации, однако, такое предположение не естественно, поскольку спрос клиента на кредит включает не только объем  $\left[ P_i^-(\hat{y}_i(r)) \right]$ , но и риск  $\tau_i$ . Кроме того, как мы говорили выше единого рынка кредитов нет – он локализован в рамках ФПГ. Поэтому подходящим описанием существующего кредитного рынка представляется модель монополии – модель *равновесия по Штакельбергу*.

Предполагается, что банк, стоящий во главе ФПГ обладает полной информацией о своих клиентах и, следовательно, способен предсказать их реакцию  $\hat{y}_i(r_i)$  на процент  $r_i$ , вычислить распределения (24) и оценить распределение  $F(X : r_1, \dots, r_n)$  сальдо "медленных" операций (20), которое зависит от процентов  $r_1, \dots, r_n$  как от параметров. Если подставить это распределение в (14), то получится функция  $\hat{V}(r_1, \dots, r_n)$ , которая оценивает эффективность совокупности контрактов с клиентами с учетом, как доходности, так и риска, при условии, что клиентам назначены проценты  $r_1, \dots, r_n$ . Будучи монопольным владельцем дефицитных кредитных ресурсов, банк может назначить проценты так, чтобы обеспечить максимум величины  $\hat{V}(r_1, \dots, r_n)$ . Такое решение называется рыночным равновесием по Штакельбергу. Подчеркнем, что банк не забирает в этом равновесии всю прибыль клиента – легко видеть, что клиент получит в этом равновесии доход больший, чем в отсутствии кредита (21), так что ФПГ не распадется.

Именно в рамках модели равновесия по Штакельбергу можно дать непротиворечивую интерпретацию двум противоположным суждениям о роли банков приведенным в начале работы. С одной стороны на локально монопольном рынке банк получает прибыль большую, чем просто плата за риск, которую он получал бы на свободном (конкурентном) рынке кредитов [1]. В этом смысле верно, что банки, сосредоточив все свободные деньги не дают промышленности оборотных фондов. С другой стороны, сама локальность рынка обусловлена ненадежностью, слабостью производства, когда давать кредиты "чужим" слишком рискованно, и даже кредитование "своих" требует в интенсивной "прокрутки" денег через ГКО и МБК, чтобы парировать возникающие кассовые разрывы<sup>16</sup>.

Как показано в [19], в нашей модели для того, чтобы банки снижали процентные ставки по кредитам предприятиям, необходимо сужать коридор между  $R_k$ ,  $R_s$ . Этот результат ставит под сомнение расхожее мнение о том, что высокая ставка доходности по ГКО препятствует снижению процента по кредитам предприятиям. В нашей модели покупка ГКО и кредитование предприятий не конкурируют друг с другом, а скорее дополняют друг друга. Кредитуя предприятия, банк берет на себя риски, с которыми те сталкиваются. При этом банк платит за риск тем больше, чем выше разница ставок МБК  $R_k$  и доходности ГКО  $R_s$ . Естественно, что чем больше плата за риск, тем неохотнее банк его кредитует и тем дороже обходится кредит предприятию. Резкое снижение доходности по ГКО без соответствующего снижения ставки рефинансирования (и, следовательно, ставок МБК) может вызвать кризис банковской системы, лишив предприятия дешевых (с учетом возможности просрочки и невозврата) кредитов.

#### 4. Выводы

- В условиях современной России банки фактически занимаются не столько инвестиционной сколько страховой деятельностью, беря на себя риски своих клиентов и получая прибыль за счет диверсификации рисков.
- Ненадежность клиентов делает естественным локализацию кредитных рынков в рамках спонтанно возникающих небольших финансово-промышленных групп. Проценты даже в этих группах индивидуальны и конкурентный рынок кредитов отсутствует.

---

<sup>16</sup> В последний год мы наблюдали, по крайней мере в Свердловской области, заметное вытеснение с рынка кредитов частных банков Сбербанком. Этот процесс, впрочем, должен составить тему особого обсуждения и исследования.

- С точки зрения диверсификации рисков из трех известных видов интеграции предприятий более выгодной представляется географическая интеграция, когда в группу объединяются разнородные предприятия одного региона.
- Локализация рынка дает возможность банкам извлекать монопольную ренту, тем не менее в связи с высокими рисками и отсутствием экономического роста финансовое положение банков оказывается довольно сложным. Даже если основные интересы банка связаны с кредитованием производства и торговли, он вынужден значительную часть средств направлять на краткосрочные спекуляции. Естественным оказывается и парадоксальное на первый взгляд положение, когда дорогие заимствования по МБК сосуществуют с менее доходными вложениями в ГКО.
- На величину кредитных процентов влияет не только, и может быть даже не столько абсолютный размер доходности ГКО, сколько разница между этой доходностью и ставкой рефинансирования.

Авторы выражают благодарность коллегам из ВЦ РАН, ЦЭМИ РАН, ГУ ЦБ по Свердловской области, а также участникам проф. В.В. Макарова за внимание к работе и конструктивную критику.

## 5. Литература

1. *Bhattacharya S., Anjan V. T.* Contemporary Banking Theory. // Journal of Financial Intermediation, 1994.
2. *Gertler, Mark.* Financial Structure and Aggregate Economic Activity. // Journal of Money, Credit and Banking. 1988, №8.
3. *Гуриев С.М., Поспелов И.Г.* Модель общего равновесия экономики переходного периода. // Математическое моделирование, 1994, N.2, стр.3-21.
4. *Schaffer M.E.* Bank-Enterprise Relations and Credit Allocation in Russia, 1995.
5. *Дмитриев М.Э., Матовников М.Ю., Михайлов Л.В., Сычева Л.И., Тимофеев Е.В.* Российские банки в начале финансовой стабилизации. Доклад на конференции "Роль правительств в переходный период". РЭШ, Москва 1996.
6. Russia's banking crisis. // Brunswick Brokerage. Aug 1996. Moscow.
7. *Клейнер Г.* Современная российская экономика как экономика физических лиц. // Вопросы экономики, 1996, N.4, стр.81-95
8. *Williamson O.* Markets and Hierarchies: Analysis and Antitrust Implications. New York: Free Press. 1995.

9. *Дементьев В.Е.* Инвестиционные и инновационные преимущества финансово-промышленных групп. // Экономика и математические методы, 1996, Т. 32, Вып.2, стр.25-37.
10. *Hart O., Moore J.* Incomplete Contracts and Renegotiation // *Econometrica*, 1988, Vol.56, pp.755-86.
11. *Grossman S., Hart O.* The Costs and Benefits of Ownership: A Theory of Vertical and Lateral Integration. // *Journal of Political Economy*, 1986, Vol. 94, pp. 691-719.
12. *Thomas J., Worrall T.* Foreign Direct Investment and Risk of Expropriation. // *Review of Economic Studies*, 1994, Vol.61, pp.81-108.
13. Текущие тенденции в денежно-кредитной сфере. // Центральный банк РФ. NN.1-5. Москва 1996.
14. *Hirshleifer J., Riley J.G.* The Analytics of Uncertainty and Information. Cambridge University Press, 1992, ?
15. *Маршалл А.* Принципы экономической науки, т. I-III: Пер. с англ. / Под ред. О. Г. Радынова. М. : Прогресс Универс, 1993. 416с. , 310с. , 351с.
16. Предыд сборник
17. Шахова
18. *Лившиц В.Е.*
19. *Гуриев С.М., Поспелов И.Г.* Модель деятельности банка при отсутствии инфляции и экономического роста. // Экономика и математические методы, 1997, том 33, вып. 3, с141-153.
20. *Петров А.А., Поспелов И.Г. Шананин А.А.* Опыт математического моделирования экономики. М., Энергоатомиздат, 1996. 558с.
21. *Поспелов И.Г., Поспелова Л.Я.* ИНДЕКС - система исчисления агрегированных показателей потребительского спроса. / Сообщения по прикладной математике, М.: ВЦ РАН, 1995, 36с.
22. *Yaari M.* The Dual Theory of Choice under Risk. *Econometrica*, 1987, №55, стр. 95-115.
23. *Гуриев С.М., Петров А.А., Поспелов И.Г. Шананин А.А.* Неплатежи как стимул к интеграции предприятий // Экономика и математические методы (в печати).
24. *Антонов М.В., Поманский А.Б.* Рационализация и алгоритм эффективного распределения заемных средств. // Экономика и математические методы, 1994, т.30, вып.1.