Модели неопределенности в многопользовательских сетях

Малашенко Ю.Е., Новикова Н.М.

Заключение

Реальные сетевые системы сложны и многообразны. Всякая имеет свою специфику, которая безусловно не может быть учтена столь грубой моделью как рассмотренная в данной работе МП-сеть. В частности, сети метрополитена являются ориентированными, причем, каждому ребру физического и логического графов соответствуют сдвоенные дуги — в прямом и обратном направлении — со своими значениями пропускной способности или потоковых требований. Транспортные сети, например, транспортировки энергоносителей (газа, нефти, угля), имеют очень разнородные ребра физического графа: от трубопроводов до железнодорожных линий, — и задать в одних единицах их пропускную способность оказывается самостоятельной задачей. В аналоговых телефонных сетях, как правило, нельзя обойти ограничение по числу транзитов в путях соединения тяготеющих пар. Для компьютерных сетей существенна проблема распределенного управления потоками (корректировки путей соединения по локальной информации о текущей загрузке сети) в режиме реального времени. Кроме того, для многих оптоволоконных сетей не столько важна пропускная способность ребер сети, сколько пропускная способность вершин, также критичным может быть число ребер, выходящих из одной вершины (ограничение на степень вершин).

Подобные дополнительные условия требуют модификаций базовой модели, зачастую довольно серьезных (см. Введение). Однако они не меняют принципиально отношения к неопределенности — необходимость принимать во внимание возможную неполноту или неточность числовых данных и порядок получения информации о них, различие интересов пользователей системы, дефицит ресурсов сети. Этим вопросам и была посвящена настоящая книга. Если при моделировании реальной сетевой системы мы выйдем за класс систем, описываемых линейными ограничениями блочного вида (1.1), (1.2), то изменятся методы решения возникающих оптимизационных задач, а постановки задач, т.е. способы учета неопределенности, останутся такими же.

Указанные соображения и определили постановочный характер книги. Авторы не ставили себе целью предложить набор методов решения всех сетевых задач (хотя и старались показать имеющиеся подходы к построению требуемых методов), но зато попытались классифицировать

типы и источники неопределенности и привести основные постановки задачи анализа возможностей функционирования сетевых систем в условиях неопределенности. Под функциональными возможностями системы в работе понимались возможности одновременной передачи по сети потоковых требований пользователей. Причем, исследователю эти требования могли быть неизвестными также как и пропускная способность ребер сети.

Дадим краткий обзор основных предложенных постановок в форме результирующей таблицы с указанием места в тексте, где они рассмотрены.

Таблица 1.

ТИП НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ	ТРЕБОВАНИЙ	ПРОПУСКНОЙ СПОСОБНОСТИ	d и c
небольшие возмущения	§2.2		§2.3
с.в. с известной ф.р.	§4.1	§5.1	5.1.5, 5.1.6.3
с.в. с неизвестной ф.р. даны среднее и дисперсия	4.2.1, 4.2.4 §4.2	§5.2 (начало) §5.2	 §5.2
известно множество	$d \in D$ гл.1	$c \in C(\gamma)$ §§6.2, 7.1	
нет информации	$\mathrm{Max}\, z$ гл.3	$c \in C(\gamma),\ \gamma \in (0,1)$ §§6.1, 7.2	$\mathrm{Min}\,\mathrm{Max}\, z$ о векторе §§6.3, 6.4

Список литературы

1. *Абрамова М.В.* Некоторые аспекты векторной оптимизации и ее приложения: Автореф. дис.... канд. физ.-матем. наук. М.: МГУ, ф.ВМиК, 1987.

2. *Ашманов С.А.* Линейное программирование. М.: Наука, 1981.

3. *Ашманов С.А.* Условная устойчивость задач линейного программирования // Программное оборудование и вопросы принятия решений. М.: Изд-во МГУ, 1989. С.99-105.

4. *Бушенков В.А., Лотов А.В.* Пакет прикладных программ "ПОТЕНЦИАЛ" // Пакеты прикладных программ. М.: Наука, 1994.

5. *Воробейчикова О.А.* Аппроксимация векторного минимакса со связанными ограничениями // Вестн. МГУ. Вычисл. матем. и кибернетика, 1998. N.2. С. 29–31.

6. *Воробейчикова О.А.* Векторный минимакс со связанными ограничениями: Автореф. дис.... канд. физ.-матем. наук. М.: МГУ, ф.ВМиК, 1998.

7. *Воробейчикова О.А., Малашенко Ю.Е., Новикова Н.М.* Одна игра типа Γ_1 с вектор-функцией выигрыша // Сборник трудов 1-й Московской международной конференции по исследованию операций. М.: ВЦ РАН 1996. С. 26–32.

8. *Воробейчикова О.А., Новикова Н.М.* Векторный минимакс со связанными ограничениями // Вестн. МГУ. Вычисл. матем. и кибернетика, 1996. N.4. С. 45–48.

9. *Воробейчикова О.А., Новикова Н.М.* Параметризация значения векторного минимакса со связанными ограничениями // Ж. вычисл. матем. и матем. физ., 1997. Т.37. N.12. С. 1467-1477.

10. *Воробейчикова О.А., Новикова Н.М.* Метод сверток в задаче поиска векторного максимина // Вестн. МГУ. Вычисл. матем. и кибернетика, 1998. N.1. С. 24–26.

11. *Гермейер Ю.Б.* Введение в теорию исследования операций. М.: Наука, 1971.

12. *Гермейер Ю.Б.* Игры с непротивоположными интересами. М.:Наука, 1976.

13. *Гэри М., Джонсон Д.* Вычислительные машины и труднорешаемые задачи. М.: Мир, 1982.

14. *Давидсон М.Р.* Об условной устойчивости крайних точек многогранного множества // Ж. вычисл. матем. и матем. физ., 1994. Т.34. N.1. С.29-43.

15. *Давидсон М.Р.* Устойчивость лексикографической максиминной задачи распределения потоков в многопродуктовых сетях // Ж. вычисл. матем. и матем. физ., 1995. Т.35. N.3. С.334-351.

16. *Давидсон М.Р.* Условия устойчивости множества крайних точек полиэдра и их применение для исследования многопродуктовых сетевых моделей: Автореф. дис.... канд. физ.-матем. наук. М.: ВЦ РАН, 1995.

17. *Давидсон М.Р.* Условия устойчивости множества крайних точек полиэдра и их применение в сетевой оптимизации. М.: ВЦ РАН, 1996.

18. *Давидсон М.Р.* Липшиц-непрерывность Парето-оптимальных крайних точек // Вестн. МГУ. Вычисл. матем. и кибернетика, 1996. N.4. С. 41-45.

19. *Давидсон М.Р., Малашенко Ю.Е., Новикова Н.М. и др.* Математические постановки задач восстановления и обеспечения живучести для многопродуктовых сетей. М.: ВЦ РАН, 1993.

20. *Данскин Дж.Д.* Теория максимина. М.: Сов. радио, 1970.

21. *Демьянов В.Ф., Васильев Л.В.* Недифференцируемая оптимизация. М.: Наука, 1981.

22. *Дуб Дж.Л.* Вероятностные процессы. М.: Изд-во иностр. лит,, 1956.

23. *Дубов Ю.А., Травкин С.И., Якимец В.Н.* Многокритериальные модели формирования и выбора вариантов систем. М.: Наука, 1986.

24. *Дудник Б.Я., Овчаренко В.Ф., Орлов В.К. и др.* Надежность и живучесть систем связи (под ред. Б.Я.Дудника). М.: Радио и связь, 1984. 216 с.

25. *Емеличев В.А., Ковалев М.М., Кравцов М.К.* Многогранники, графы, оптимизация. М.: Наука, 1981.

26. *Ермольев Ю.М.* Стохастическое программирование. М.: Наука, 1976.

27. *Жуковский В.И., Салуквадзе М.Е.* Оптимизация гарантий в многокритериальных задачах управления. Тбилиси: Мецниереба, 1996.

28. *Заманский Л.Я., Гиллер Д.М.* Анализ живучести стохастических графов // Исследование операций и АСУ. Киев, 1982. N.19. С. 27–30.

29. *Злобин А.С.* Параметрические методы решения линейных минимаксных и многокритериальных задач: Автореф. дис.... канд. физ.-матем. наук. М.: ВЦ АН СССР, 1984.

30. *Йенсен П., Барнес Д.* Потоковое программирование. М.: Радио и связь, 1984.

31. *Карзанов А.В.* Комбинаторные способы решения разрезных задач о мультипотоках // Комбинаторные методы в потоковых задачах. Вып.3. М.: ВНИИСИ, 1979. С.6–69.

32. *Карзанов А.В., Тимофеев Е.А.* Эффективный алгоритм нахождения всех минимальных реберных разрезов неориентированного графа // Кибернетика, 1986. N.2. С. 8–12.

33. *Карманов В.Г., Федоров В.В.* Моделирование в исследовании операций. М.: Твема, 1996.

34. *Кауль С.Б., Попков В.К.* О сложности вычисления характеристик связности // Эффективность и структурная надежность информационных систем. Системное моделирование. Новосибирск, 1982. С. 99–103.

35. *Клепикова М.Г.* Проблемы устойчивости задач математического программирования: Автореф. дис.... канд. физ.-матем. наук. М.: МГУ, 1986.

36. *Коробский Д.Ю., Малашенко Ю.Е., Новикова Н.М и др.* Потоковая модель производства, доставки и распределения торлива и энергии. М.: ВЦ РАН, 1994.

37. *Крапива А.И.* О выделении независимых деревьев графа в задачах исследования живучести сетей связи // Информационные системы и их анализ. М.: Наука, 1978. С. 99–104.

38. *Краснощеков П.С., Петров А.А.* Принципы построения моделей. М.: МГУ, 1983.

39. *Лотов А.В.* Введение в экономико-математическое моделирование. М.: Наука, 1984.

40. *Лотов А.В., Бушенков В.А., Каменев Г.К., Черных О.Л.* Компьютер и поиск компромисса. Метод достижимых целей. М.: Наука, 1997.

41. *Лочмелис Я.Я.* Многокритериальные задачи оптимизации сетей связи // Радиоэлектроника и электросвязь. / Исслед. по электродинамике и теории цепей. Рига, 1981. С. 105–111.

42. *Малашенко Ю.Е.* Нормативный подход к анализу многопродуктовых сетей // Изв. АН СССР. Техн. кибернетика, 1988. N.3. С. 117–122.

43. *Малашенко Ю.Е.* Математические модели анализа потоковых сетевых систем. М.: ВЦ АН СССР, 1993.

44. *Малашенко Ю.Е.* Оперативная корректировка запасов и потоков энергоресурсов в энергетических комплексах при внешних возмущениях // Справочник по общим моделям анализа и синтеза надежности систем энергетики. / Под ред. Ю.Н.Руденко. М.: Энергоатомиздат, 1994, с.435-447.

45. *Малашенко Ю.Е., Новикова Н.М.* Многокритериальный и максиминный анализ многопродуктовых сетей. М.: ВЦ АН СССР, 1988.

46. *Малашенко Ю.Е., Новикова Н.М.* Потоковые задачи анализа уязвимости многопродуктовых сетей. М.: ВЦ АН СССР, 1989.

47. *Малашенко Ю.Е., Новикова Н.М.* Обобщенная задача анализа многопродуктовой сети // Изв. АН СССР. Техн. кибернетика, 1989. N.4. С. 137–152.

48. *Малашенко Ю.Е., Станевичюс А.-И.А.* О решении многопродуктовой задачи с целочисленными потоками // Ж. вычисл. матем. и матем. физ., 1982. Т.22. N.3. С. 732–735.

49. Математическая оптимизация: вопросы разрешимости и устойчивости // Под ред. Е.Г.Белоусова, Б.Банка. М.: Изд-во МГУ, 1986.

50. *Меламед И.И., Сигал И.Х.* Теория и алгоритмы решения многокритериальных задач комбинаторной оптимизации. М.: ВЦ РАН, 1996.

51. *Мину М.* Математическое программирование. М.: Наука, 1990.

52. *Молодцов Д.А.* Устойчивость принципов оптимальности. М.: Наука, 1987.

53. *Морозов В.В., Сухарев А.Г., Федоров В.В.* Исследование операций в задачах и упражнениях. М.: Высшая школа, 1986.

54. *Нефедов В.Н.* Регуляризация поиска крайних точек выпуклого полиэдрального множества // Обработка и интерпретация физических экспериментов, вып. 9. Изд-во МГУ, 1980. С. 34–45.

55. *Нефедов В.Н.* Лексикографическая задача с полиэдральным множеством стратегий // Вестн. МГУ. Вычисл. матем. и кибернетика, 1981. N.1. С.

56. *Нефедов В.Н.* Метод минимальных уступок // Некоторые вопросы прикладной математики и программного обеспечения ЭВМ. М.: Изд-во МГУ, 1982. С. 9–10.

57. *Нефедов В.Н.* Методы регуляризации многокритериальных задач оптимизации. М.: МАИ 1984.

58. *Нефедов В.Н.* Об аппроксимации множества Парето // Ж. вычисл. матем. и матем. физ., 1984. 24. N.7. С. 993—1007.

59. *Нефедов В.Н.* Аппроксимация множества оптимальных альтернативных решений // Новые задачи оптимизации авиационных систем. М.: Изд-во МАИ, 1989.

60. *Нечепуренко М.И., Попков В.К., Майнагашев С.М., Кауль С.Б. и др.* Алгоритмы и программы решения задач на графах и сетях. Новосибирск: Наука. Сиб. отд-ние, 1990.

61. *Оруэлл Дж.* Скотский хутор. (Orwell G. Animal Farm.) Таллинн: Периодика, 1989.

62. *Перевозчиков А.Г.* О полунепрерывности сверху прицип Парето-оптимальности // Вест. МГУ. Вычисл. матем. и кибернетика, 1983. N.3. С. 48–50.

63. *Пападимитриу Х., Стайглиц К.* Комбинаторная оптимизация. М.: Мир, 1985.

64. *Паперное Б.А.* Массовое решение мультипотоковых задач // Комбинаторные методы в потоковых задачах. Вып.3. М.: ВНИИСИ, 1979. С. 81–89.

65. *Подиновский В.В.* Многокритериальные задачи с однородными равноценными критериями // Ж. вычисл. матем. и матем. физ., 1975. Т.15. N.2. С. 330–344.

66. *Подиновский В.В.* Общие антагонистические игры // Ж. вычисл. матем. и матем. физ., 1981. Т.21. N.5. С. 1140–1153.

67. *Подиновский В.В., Ногин В.Д.* Парето-оптимальные решения многокритериальных задач. М.: Наука, 1982.

68. *Поляк Б.Т.* Введение в оптимизацию. М.: Наука, 1983.

69. *Попов Н.М.* Об аппроксимации множества Парето методом сверток // Вест. МГУ. Вычисл. матем. и кибернетика, 1982. N.2. С. 35–41.

70. *Смирнов М.М.* Методы аппроксимации граней множества Парето в линейной многокритериальной задаче // Вестн. МГУ. Вычисл. матем. и кибернетика, 1996. N.3. С. 37–43.

71. *Смирнов М.М.* О логической свертке вектора критериев в задаче аппроксимации множества Парето // Ж. вычисл. матем. и матем. физ., 1996. Т.36. N.5. С. 62–74.

72. *Смирнов М.М.* Метод обратной логической свертки в задачах векторной оптимизации. М.: ВЦ РАН, 1996.

73. *Смирнов М.М.* Методы аппроксимации множества Парето, основанные на обратной логической свертке, и их использование в сетевой оптимизации: Автореф. дис.... канд. физ.-матем. наук. М.: МГУ, ф.ВМиК, 1996.

74. *Сухарев А.Г., Тимохов А.В., Федоров В.В.* Курс методов оптимизации. М.: Наука, 1986.

75. *Филлипс Д., Гарсиа-Диас А.* Методы анализа сетей. М.: Мир, 1984.

76. *Штоер Р.* Многокритериальная оптимизация. Теория, вычисления и приложения. М.: Радио и связь, 1992.

77. *Эрроу К.Дж., Баранкин Е.В., Блекуэлл Д.* Допустимые точки выпуклых множеств // Матричные игры. М.: Физматгиз, 1961. С. 274–280.

78. *Assad, A.A.* Multicommodity network flows: A survey // Networks, 1978. V.8. N.1. P.37–91.

79. *Bauer, D., Boesch, F., Suffel, G., and Tindell, R.* Connectivity extremal problems and the design of Reliable Probabilistic Networks // The Theory and application of graphs. Proceedings of the 4-th International Conference. 1980.

80. *Bellmore, M., Bennington, G., and Lubor, S.* A network isolation algorithm // Naval Research Logistics Quarterly, 1970. V.17. P. 461–469.

81. *Bellmore, M., Greenberg, H.J., and Jarvis, J.J.* Multicommodity disconnecting sets // Management Science, 1970. V.16. N.6. P. 427–433.

82. *Bellmore, M. and Ratliff, H.D.* Optimal defense of multi-commodity networks // Management Science, 1971. V.18. N.4. P. 174–185.

83. *Bennington, G.E.* Multi-commodity disconnecting sets in undirected graphs by node partitioning. Ph.D. Thesis. Baltimore (Maryland): The Johns Hopkins University, 1969.

84. *Bermond, J.C., Bond, J., Paoli, M., and Peyrat, C.* Graphs and interconnection networks: diameter and vulnerability // London Mathematical Society Lecture. Note Ser. 1983. N.82. P. 1–30.

85. *Biswas, J. and Matula, D.W.* Two flow routing algorithms for the maximum concurrent flow problem // Fall Joint Comput. Conf., Dallas, Tex., Nov.2–6, 1986. Proc. Washington, D.C., 1986. P.629–636.

86. *Boesch, F.T., Harary, F., and Kabell, G.* Graphs as models of communication network vulnerability: connectivity and persistance // Networks, 1981. V.11, N.1. P. 57–63.

87. *Boesch, F.T.* Lower bounds on the vulnerability of a graph // Networks, 1972. V.2. P. 329–340.

88. *Bondy, J.A. and Hell, P.* Counterexamples to theorems of Menger type for the diameter // Discrete Mathematics, 1983. V.44, N.2. P. 217–220.

89. *Cacetta, L.* Vulnerability of communication networks // Networks, 1984. V.14, N.1. P. 141–146.

90. *Chen, C.-K.E. and Garfinkel, R.S.* The generalised diameter of a graph // Networks, 1982. V.12, N.3. P. 335–340.

91. *Christofides, N. and Whitlock, C.A.* Network synthesis with connectivity constraints – a survey // Operations Research - 81. Proceedings of 9-th IFORS Conference, Hamburg. 1981. P. 705–723.

92. *Chung, F.R.K.* Diameters of communication networks // Proceedings of symposia in applyed mathematics. Providence, R.I. 1986. V.34. P. 1–18.

93. *Chvatal, V.* Tough graphs and hamiltonian circuits // Discrete Mathematics, 1973. V.5. P. 215–228.

94. *Cunningham, W.H.* Optimal attack and reinforcement of a network // Report N 84317-OR. ISSN 0724-3138. 1983.

95. *Darwish, M.G. and Younis, M.I.* Multicommodity network flow problems. Analysis and assesment under failure and/or structural perturbations // Operational Research – 81. Proceedings of 9th IFORS International Conference. Hamburg, 1981. P. 725–731.

96. *Davidson, M.R.* Stability of lexicographical multicommodity flow problem // 15th Int. Symp. on Mathematical Programming, Program and Abstracts. Ann Arbor (Michigan): The University of Michigan, 1994. P. 62.

97. *Davidson, M.R.* On stability of the extreme points set of a polyhedron // Journal of Optimization Theory and Applications, 1996. V.90, N.2. P. 359–382.

98. *Deniel, J.W.* On perturbations in systems of linear inequalities // SIAM J. of Numerical Analysis, 1973. N.10. P. 299–307.

99. *Edmonds, J.* Minimum partition of a matroid into independent subsets // J. Res. Nat. Bur. Stand., 1965. V.69. P. 67–72.

100. *Eswaran, K.P. and Tarjan, R.E.* Augmentation problems // SIAM J. Comput., 1976. V.5. P. 653–665.

101. *Exoo, Geofrey.* On a measure of communication network vulnerability // Networks, 1982. V.12. N.4. P. 405–409.

102. *Falk, J.E.* Minimal defense enforcing arbitrary maximum damage bounds // Proceedings of the 1985 IEEE international Conferense on Systems, Man and Cybernetics. Tucson, Arisona. 1985. P. 651-655.

103. *Farley, A.M. and Proskurovski, A.* Network immune to isolated line failures // Networks, 1982. V.12. N.4. P. 393–403.

104. *Frederickson, G.N. and Joseph, J.J.* Approximation algorithms for several graph augmentation problems // SIAM J. Comput., 1981. V.10. N.2. P. 270–283.

105. *Gal, T.* Linear parametric programming — a brief survey // Mathematical Programming Study, 1984. V.21. P.43–68.

106. *Greenberg, H.J.* Optimal attack of a command and control network. Ph.D. Thesis. Baltimore (Maryland): The John Hopkins University, 1968.

107. *Grigoriadis, M.D. and Khachiyan, L.G.* Fast approximation schemes for convex programs with many blocks and coupling constraints // SIAM J. Optimization, 1994. V.4. P.86–107.

108. *Grigoriadis, M.D. and Khachiyan, L.G.* Approximate minimum-cost multicommodity flows in $\tilde{O}(\varepsilon^{-2}KNM)$ time. Tech. Rep. LCSR-TR-245, Department of Computer Science. New Brunswick (NJ): Rutgers University, 1995.

109. *Gusfield, D.* Optimal mixed graph augmentation // SIAM Journal on Computing. 1987. V.16, N.4. P. 599–613.

110. *Gusfield, D.* Connectivity and edge-disjoint spanning trees // Information Processing Letters, 1983. V.16, N2. P. 87–89.

111. *Gusfield, D., Martel, Ch., and Fernandes-Baca, D.* Fast algorithms for bipartite network flow // SIAM Journal on Computing, 1987. V.16. N.2. P. 237–251.

112. *Habib, M. and Peroche, B.* A construction method for minimally k-edge connected graphs // Combinatorics, 1980. Amsterdam e.a. V.79. Part 2. P. 199–204.

113. *Hamacher, H. W., Picard, J.-C., and Queyranne, M.* On finding the K best cuts in a network // Operations Research Letters, 1984. V.2. N.6. P. 303–305.

114. *Hamacher, H.* Determining minimal cuts with a minimal number of arcs // Networks, 1982. V.12. N.4. P. 493–504.

115. *Harary, F.* Conditional connectivity // Networks, 1983. V.13. N.3. P. 347–357.

116. *Hedetniemi, S.M. and Hedetniemi, S.T.* Vertex and edge deletion algorithms for trees // J. Combinatorics. Information and systems science, 1982. V.7. N.2. P. 125–133.

117. *Held, M., Wolfe, P., and Crowder, H.* Validation of subgradient optimization // Math. Prog., 1974. V.6. P. 62–88.

118. *Hu, T.C.* On the feasibility of simultaneous flows in network // Oper. Res., 1964. V.12. P. 359–360.

119. *Huard, P.* Optimization algorithms and point to set maps // Mathematical Programming, 1975. V.8. P. 308–331.

120. *Iri, M.* On the extension of the maximum-flow minimum-cut theorem to multicommodity flows // J. Oper. Res. Soc. Japan, 1971. V.13. P.129–135.

121. *Ishiyama,*
Y., Ishizaki, Y., Sasabe, S., and Yoshida, N. Multicommodity flow approach to assignment of circuits in case of failure in a communication network // Survey of mathematical programming. Proceedings of the 9th international mathematical programming symposium, Budapest, 1976. Budapest, 1979. V.3. P. 195–209.

122. *Itai, A., Perl, Y., and Shiloach, Y.* The complexity of finding maximum disjoint paths with length constraints // Networks, 1982. V.12, N.3. P. 277–286.

123. *Jarvis, J.J. and Tindall, J.B.* Minimal disconnecting sets in directed multi-commodity networks // Naval Research Logistics Quarterly, 1972. V.19. N.4. P. 681–690.

124. *Kajitani, Y. and Ueno, S.* The minimum augmentation of a directed tree to a K-edge connected directed graph. // Networks, 1986. V.16. N.2. P. 181–197.

125. *Kamath, A. and Palmon, O.* Improved interior-point algorithms for exact and approximate solutions of multicommodity flow problems // Proceedings of the 6th ACM-SIAM Symposium on Discrete Algorithms, 1995.

126. *Kennington, J.L.* A servey of linear cost multicommodity network flows // Oper. Res., 1978. V.26. N.2. P. 209–236.

127. *Klein, P., Plotkin, S., Stein, C., and Tardos, E.* Faster approximation algorithms for the unit capacity concurrent flow problem with applications to routing and finding sparse cuts // SIAM J. Comput., 1994. V.23. N.3. P.466–487.

128. *Leighton, T., Makedon, F., Plotkin, S., Stein, C., Tardos, E., and Tragoudas, S.* Fast approximation algorithms for multicommodity flow problems // J. Computer and Syst. Sci., 1995. V.50. N.1. P. 228–243.

129. *Leong, T., Shor, P., and Stein, C.* Implementation of a combinatorial multicommodity flow algorithm. DIMACS working paper. New Brunswick (NJ): Rutgers University, 1992.

130. *Li, W.* Sharp Lipschitz constants for basic optimal solutions and basic feasible solutions // SIAM J. Control Optim., 1994. V.32. P.140–153.

131. *Mangasarian, O.L. and Meyer, R.R., eds.* Parallel methods in mathematical programming // Math. Prog., 1988. V.42.

132. *Mangasarian, O.L. and Fromovitz, S.* The Fritz John necessary optimality conditions in the presence of equality and inequality constraints // J. Mathematical Analysis and Applications, 1967. V.17. P. 37–47.

133. *Matula, D.W.* Concurrent flow and concurrent connectivity in graphs // Graph Theory and Its Appl. to Algorithms and Comput. Sci. N.-Y.: Wiley-Intersci. Publ., 1985. P. 543–559.

134. *Minoux, M. and Serreault, J.Y.* Subgradient optimization and large scale programming: an application to optimum multi-commodity network synthesis with security constraints // RAIRO. Rech. Oper., 1981. V.15. N.2. P. 185–203.

135. *Naccache, P.H.* Stability in multicriteria optimization, // J. Mathematical Analysis and Applications, 1979. V.68. P. 441–453.

136. *Nash-Williams, C.* Edge-disjoint spanning trees of finite graphs // Journal of London Mathematical Society. 1961. V.36. P. 445–450.

137. *Novikova, N.M.* Iterative Stochastic Methods for Solving Variational Problems of Mathematical Physics and Operations Research // Journal of Math. Sciences (Contemprorary Mathematics and Its Applications, V.3), New York - London, Plenum Publ. Corp., 1994. N1. P.1–125.

138. *Onaga, K.* A multicommodity flow theorem // Electronics Commun. Japan, 1970. V.53. N.7. P. 16–22.

139. *Oellermann, O.R.* The connected cut-set connectivity of a graph // Discrete Applyed Mathematics, 1988. V.69. P. 301–308.

140. *Peyrat, C.* Diameter vulnerability of graphs // Discrete Applyed Mathematics, 1984. V.9. N.3. P. 245–250.

141. *Plesnik, J.* The complexity of designing a network with minimum diameter // Networks, 1981. V.11. P. 77–85.

142. *Robinson, S.M.* Stability theory for systems of inequalities, Part I: Linear systems // SIAM J. of Numerical Analysis, 1975. V.12. P. 754–769.

143. *Robinson, S.M.* Stability theory for systems of inequalities, Part II: Differentiable nonlinear systems // SIAM J. Numerical Analysis, 1976. V.13. P. 497–513.

144. *Robinson, S.M.* A characterization of stability in linear programming // Operations Research, 1977. V.25. P. 435–447.

145. *Robinson, S.M. and Meyer, R.R.* Lower semicontinuity of multivalued linearization mappings // SIAM J. Control, 1973. V.11. P. 525–533.

146. *Rockafellar, R.T.* Convex Analysis. Princeton: Princeton University Press, 1970.

147. *Ronen, D. and Perl, Y.* Heuristics for finding a maximum number of disjoint bounded paths. // Networks, 1984. V.14, N.4. P. 531–544.

148. *Shahrokhi, F. and Matula, D.W.* The maximum concurrent flow problem // J. Assoc. Comput. Math., 1990. V.37. N.2. P. 318–334.

149. *Shiizuka, H.* Nonseparable minimum ILFI-networks' graphs with no disconnecting matchings // IEEE International symposium on circuits and syst. proc. N.Y., 1984. P. 1127–1130.

150. *Shoone, A.A., Bodlaender, H.L., and van Leewen, J.* Diameter increase caused by edge deletion // J. of Graph Theory, 1987. V.11. N.3. P. 409–427.

151. *Shumacher, U.* An algorithm for construction of a K-connected graph with minimum number of adges and quasiminimal diameter // Networks, 1984. V.14. N.1. P. 63–74.

152. *Smith, D.* Graphs with the smallest number of minimum cut-sets // Networks, 1984. V.14. P. 47–61.

153. *Takao Asano.* An application of duality to edge-deletion problems // SIAM J. Comput., 1987. V.16. N.2. P. 312–331.

154. *Takao Asano and Tomio Hirata.* Edge-contraction problems. // J. of Computer and System Sciences, 1983. V.26. N.2. P. 197–208.

155. *Thompson, B.J. and Matula, D.W.* A Flow Rerouting Algorithm for Maximum Concurrent Flow Problem with Variable Capacities and Demands, and its Application to Cluster Analysis. Tech. Report 86-CSE-12, Computer Science Dept., Southern Methodist University, March, 1986.

156. *Tutte, W.T.* On the problem of decomposing a graph into n connected factors // J. of London Mathematical Society. 1961. V.36. P. 221–230.

157. *Walkup, D. and Wets, R.J.-B.* A Lipschitzian characterization of convex polyhedra // Proc. Amer. Math. Soc. 1969. V.23. P. 167–173.

158. *Watanabe, T., Tadaschi, A., and Nakamura, A.* On NP-hardness of edge-deletion and contraction problems // Discrete Applyed Mathematics, 1983. V.6. N.1. P. 63–78.

159. *Watanabe, T. and Nakamura, A.* Edge-connectivity augmentation problems // J. of Computer and System Sciences, 1987. V.35. P. 96–144.

160. *Watanabe, T. and Nakamura, A.* On a smallest augmentation to K-edge-connect a graph. Technical report C-20, Department of Applyed Mathematics, Faculty of Engineering. Hiroshima University, Japan, 1984.

161. *Watanabe, T. and Nakamura, A.* On a smallest augmentation to triconnect a graph. Technical report C-18, Department of Applyed Mathematics, Faculty of Engineering. Hiroshima University, Japan, 1983.

162. *Yannakakis, M.* Edge-deletion problems // SIAM J. Comput.. 1981. V.10. N.2. P. 297–309.

163. *Yannakakis, M.* Node-deletion problems on bipartite graphs. // SIAM J. Comput., 1981. V.10. N.2. P. 310–327.

164. *Yannakakis, M., Kannelakis, P.C., Cosmadakis, S.S., and Papadimitriou, C.H.* Cutting and partitioning a graph after a fixed pattern // Lecture Notes on Comput. Science, 1983. V.154. P. 712–722.

165. *Yu, P.L. and Zeleny, M.* The set of all nondominated solutions in linear cases and multicriterial simplex method // J. of Math. Analysis and Appl., 1975. V.49. P. 430–468.

166. *Zhang, X.-S. and Liu, D.-G.* A note on the continuity of the solutions of parametric linear programs // Mathematical Programming, 1990. V.47. P. 143–153.

167. *Zhukovskiy, V.I. and Salukvadze, M.E.* The vector-valued maximin. N.Y.: Academic Press, 1994.