МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ЭКОНОМИЧЕСКИХ МЕХАНИЗМОВ КАПИТАЛИСТИЧЕСКОГО ХОЗЯЙСТВА.

И.Г.Поспелов

В статье предлагается замкнутая математическая модель изолированной социально-экономической системы капиталистического рыночного типа. Модель построена в рамках общей схемы, изложенной в предыдущей статье настоящего сборника.

I. МЕТОДЫ ПОСТРОЕНИЯ И АНАЛИЗА МОДЕЛИ.

Построение и анализ модели, подобной той, которая предлагается в настоящей работе, представляют собой достаточно сложную процедуру и поэтому применяемые методы заслуживают особого обсуждения.

1°. Рассматриваемая модель описывает протекание общественных процессов с помощью высокоагрегированных переменных и на достаточно большом промежутке времени /порядка 30-70 лет/. В связи с этим, с особой остротой встает проблема адекватности отражения уравнениями модели связей, существующих в обществе. В частности, одним из основных недостатков, обнаруженных критиками в известной работе Форрестера, /I/, было то, что в предложенной им модели одним уравнением зачастую описывались результаты действия процессов, совершенно различных по своему происхождению и характеру.

Подобных ошибок при построении агрегированной модели полностью избежать, по-видимому, невозможно. Для того, чтобы уменьшить их влияние, мы стремились как можно более отчетливо выявить в каждом процессе основные причинно-следственные связи. С этой целью применялся следующий метод: всюду, где это возможно, агрегированные уравнения модели выводятся из некоторого "микроописания"- схематической картины протекания общественных процессов на уровне отдельных коллективов людей. Например, мы рассматриваем производство как результат совместной деятельности многочисленных производственных единиц, связанных технологическими цепочками, а систему управления производством - как совокупность относительно независимых фирм, каждая из которых контролирует лишь небольшую долю выпуска продукции и стремится максимизировать свою прибыль.

Этот подход к построению модели сохранен и при ее описании. Следует, однако, заметить, что в окончательном виде уравнения модели не содержат явно никаких элементов "микроописания", так что оно должно рассматриваться лишь как одна из возможных интерпретаций модели. Наличие такой интерпретации свидетельствует об отсутствии внутренних противоречий в агрегированных уравнениях, но соответствие или несоответствие самого "микроописания" реальности не может служить главным критерием адекватности модели.

Здесь уместно провести аналогию с термодинамикой. Многие ее соотношения можно получить, исходя из представления об атомах, как о твердых шариках. И, хотя такое "микроописание" заведомо неадекватно и неполно, оно фактически включает все основные связи, которые проявляются на "макроуровне" и поэтому является удобным и надежным средством получения правильных макроскопических уравнений. Но основным критерием справедливости этих уравнений остается все же их согласие с экспериментом.

Аналогично обстоит дело и в нашем случае. Главным критерием адекватности модели служит соответствие полученных с ее помощью результатов реальным явлениям, наблюдавшимся в капиталистическом обществе.

2^{o}. При построении модели рассматривалось несколько вариантов каждого уравнения. Источником этих вариантов, как правило, служило либо упомянутое выше "микроописание", либо соображения здравого смысла. Для окончательного выбора формы уравнения проводились пробные расчеты или аналитические исследование предложенные вариантов и выбор делался на основе сравнения порожденных этими вариантами траекторий системы. Указанный метод оказался весьма эффективным в том смысле, что траектории, порожденные двумя разными вариантами данного уравнения либо практически не отличались друг от друга (в этом случае выбиралась наиболее простая форма уравнения), либо одна из траекторий оказывалась заведомо неприемлимой и соответствующий вариант отбрасывался. "Забракованные" траектории обычно либо обнаруживали слишком резкие, невозможные в реальной системе, колебания, либо быстро приводили к значениям величин, не имеющим физического смысла (например, к отрицательным ценам).

Основные из рассматривавшихся альтернативных вариантов уравнений вместе с их анализом будут приведены в тексте.

3^{o}. Теперь рассмотрим некоторые особенности анализа модели. Как уже упоминалось, модель в целом представляет собой нелинейную систему дифференциальных уравнений достаточно высокого порядка (от 5 до 23 в разных модификациях). В связи с этим аналитическое исследование ее затруднительно. Аналитические методы применялись для отыскания "опорных траекторий" - характерных частных решений модели. Исследование модели в целом велось численными методами. С этой целью модель была реализована в виде программы на языке АЛГОЛ-60. При этом дифференциальные уравнения аппроксимировались по схеме Эйлера с постоянным шагом. Применение более сложных схем представляется нецелесообразным, поскольку сами исходные уравнения являются достаточно грубым описанием реальных процессов, так что, если эти уравнения адекватны, то они должны быть малочувствительны к ошибкам вычисления. Расчеты проводились в ВЦ АН СССР на ЭВМ БЭСМ-6. Результаты расчетов рассматриваются в соответствующих местах при описании модели.

Специфическая особенность замкнутых моделей общественных явлений - присутствие в этих моделях большого количества параметров, значение которых трудно оценить, исходя из имеющихся статистических данных. В этом смысле рассматриваемая модель не представляет исключения. При расчетах величины параметров выбирались так, чтобы основные экономические показатели (темп расширения экономики, уровень безработицы, темп роста населения и т.д.) принимали бы правдоподобные значения. Но важно отметить при этом, что мы не стремились, в отличие от /I/, /2/, к точному совпадению результатов расчетов с какими-либо конкретными статистическими данными.

Дело здесь в том, что с одной стороны высокий порядок уравнений в сочетании с большим числом параметров порождает большое разнообразие траекторий и позволяет подобрать значения параметров так, чтобы удовлетворительно аппроксимировать любую статистическую кривую.

С другой стороны все предложенные до сих пор модели глобальной динамики, с точки зрения отражения существенных связей в обществе, представляются слишком грубыми, для использования их при прогнозировании развития некоторого конкретного общества. На современном этапе модели глобальной динамики могут выявить лишь общие тенденции в эволюции обществ данного типа.

Поэтому основной задачей, которую мы ставили при расчетах, было воспроизведение в модели основных качественных эффектов, присущих развитию социально-экономической системы с рыночными регулирующими механизмами.

4^{0}. Блочная структура модели позволяет отбросить некоторые блоки и построить упрощенные варианты модели. Рассмотрение последовательно усложняющихся вариантов позволяет выяснить, какой из механизмов или процессов вызывает тот или иной качественный эффект в поведении системы. Указанное обстоятельство дает еще одно средство анализа модели.

Всего построено и исследовано четыре варианта модели разной степени сложности. В настоящей статье рассмотрены два из них. При этом первый представляет собой простейшую конструкцию, сохраняющую основные черты общей схемы, /3/. Этот вариант был подвергнут наиболее тщательному анализу и использовался как база при построении других более сложных модификаций.

заключение заметим, что настоящая работа представляет собой ый, хотя и вполне завершенный этап исследований. Поэтому, несмотря что предлагаемая модель оказалась вполне работоспособной и обряд интересных свойств, многие ее соотношения являются, по-су- абочими гипотезами и нуждаются в дальнейшем анализе и уточнении ю, замене. Работа над моделью будет продолжена. При этом мы эм более широко привлечь имеющиеся статистические данные и ре- конкретных социальных исследований.

П. ПРОСТЕЙШИЙ ВАРИАНТ МОДЕЛИ.

начнем рассмотрение модели с описания самой простой ее модифи- которой сохранены лишь наиболее существенные из указанных в /3/ гу модификацию мы будем называть простейшим или, по терминологии эва – минимальным вариантом модели.

§ 2.1. <u>Основные предположения.</u>

ля того, чтобы построить минимальный вариант модели введем следу- ющие предположения:

°. Производственная система выпускает только один однородный про- торый в равной мере может использоваться как в качестве фондооб- , так и в качестве потребительского. Фактически это означает, атривается только динамика национального дохода[x/] и не принима- знимание обстоятельства, связанные с ассортиментом выпускаемой

[x/] национальным доходом мы называем исчисленную в некоторых по- інных ценах суммарную стоимость конечных продуктов, т.е. про- тов, не используемых на текущие производственные нужды.

продукции. Описание процесса производства с помощью величины национального дохода выглядит, конечно, весьма упрощенным, однако подобные однопродуктовые модели широко используются в экономико-математических исследованиях и оказываются весьма полезными при рассмотрении общих тенденций развития хозяйства.

2^{0}. Технический прогресс в рассматриваемой производственной системе отсутствует. В рамках модели это означает, что не возникает производства, основанного на неизвестных ранее технологических процессах.

3^{0}. Мы пренебрегаем влиянием состояния окружающей среды на условия жизни человека. Кроме того, предполагаем, что необходимые для производства природные ресурсы имеются в неограниченном количестве и их использование не связано ни с материальными, ни с финансовыми затратами.

Эти два предположения полностью исключают из рассмотрения блок описания окружающей среды.

4^{0}. Трудовые ресурсы будем считать однородными. Фактически это означает, что трудовые ресурсы различных типов предлагаются населением и используются на производстве всегда в одной и той же фиксированной пропорции. В силу общих положений, изложенных в /3/, однородность трудовых ресурсов означает (в нашей модели) однородность потребностей населения и отсутствие социальной мобильности. Одновременно мы предполагаем, что возрастная структура населения не меняется со временем.

5^{0}. Воспользовавшись отмеченным в /3/ обстоятельством, что в модели рыночного хозяйства совокупность первого и второго

уровней образует замкнутую систему, которая может фонкционировать и без управляющих воздействий со стороны центральной политической структуры, исключим вовсе из рассмотрения уровень социально-политических решений.

Предположения I^{0} – 5^{0} значительно упрощают схему модели. Третий уровень исчезает совсем, на первом остаются только блоки "Производство" и "Потребление – трудовые ресурсы", причем их внутренняя структура также сильно упрощается. Только второй уровень остается практически таким же, как и в общей схеме – исчезает лишь описание рынка ресурсов и реализации научно-технического прогресса. Еще раз напомним, что предположения I^{0} – 5^{0} касаются только простейшего варианта модели и будут в той или иной степени отброшены при рассмотрении более сложных модификаций.

При построении минимального варианта мы будем последовательно придерживаться упомянутого выше "микроописания": производственную систему будем рассматривать как совокупность большого числа производственных единиц, каждая из которых производит лишь небольшую часть всей продукции народного хозяйства. Производственная единица располагает определенным объемом основных фондов и определенным числом рабочих мест. Производственные единицы отличаются друг от друга как масштабами производства, так и используемой технологией. Т.к. выпускаемый продукт однороден, технологические связи между единицами не рассматриваются. Аналогичная схема производства рассматривалась в /5/, /6/.

Систему управления производством можно представить себе как совокупность отдельных фирм, стремящихся максимизировать свою текущую прибыль. Каждая фирма может полностью или частично управлять деятельностью одной или нескольких производственных единиц – существенно только то, что отдельная фирма контролирует выпуск лишь небольшой части всей продукции. Такая фирма не может влиять на процесс ценообразования, так что, стремясь максимизировать свою прибыль, она при определении спроса на трудовые ресурсы и фондообразующие продукты, а также при определении выпуска продукции на принадлежащих ей производственных единицах должна ориентироваться на текущие цены.

Напомнив еще раз, что указанное "микроописание" представляет собой главным образом средство получения непротиворечивых соотношений между агрегированными переменными, приступим к систематическому описанию блоков модели.

§ 2.2. Блок "Производство".

Итак, рассмотрим совокупность производственных единиц, выпускающих один и тот же продукт. Основные фонды производственной единицы определяют ее мощность m, т.е. максимальный выпуск продукции в единицу времени.

Применяемую на некоторой производственной мощности технологию мы будем характеризовать тремя постоянными коэффициентами: коэффициентом приростной фондоемкости b, который задает норму затрат фондообразующего продукта на единичный прирост мощности в единицу времени; коэффициентом выбытия μ, задающим долю основных фондов (и, соответственно, мощности), выбывающих в единицу времени за счет естественного износа; и, наконец, коэффициентом трудоемкости λ, который задает норму затрат трудовых ресурсов на единицу выпускаемой продукции.

Величины μ и b мы будем считать одинаковыми для всех производственных единиц, таким образом, последние отличаются друг от друга двумя параметрами – мощностью и трудоемкостью. Более того, производственные единицы, использующие технологию с одинаковой трудоемкостью в модели неразличимы и их можно заменить одной производственной единицей с той же технологией и мощностью, равной сумме исходных мощностей. Поэтому вместо того, чтобы говорить: "производственные единицы, использующие технологию с трудоемкостью λ" мы будем говорить просто: "производственная единица с трудоемкостью λ". Трудоемкость производства на различных производственных единицах в текущий момент времени t может варьировать от некоторого минимального значения $\nu(t)>0$ до бесконечности. Величина $\nu(t)$ характеризует (в рамках модели) наилучшую известную в момент t технологию, и изменение этой величины связано с техническим прогрессом производства x). (Известной мы называем

---

x) Чтобы не повторять те же самые рассуждения в разделе Ш, здесь и далее сразу выводятся общие соотношения, справедливые и в том случае, когда учитывается влияние научно-технического прогресса на производство. При анализе минимального варианта модели, в котором по предположению не учитывается влияние научно-технического прогресса (см. § 2.I, п. 2^0), мы положим $\nu(t)=const$. Подробно этот вопрос будет обсуждаться в § 2.4.

не просто теоретически возможную, а технически реализуемую технологию; подробнее об этом см. раздел III.

Теперь предположим, что в производстве используется достаточно широкий набор различных технологией, так что при любых λ_1, λ_2 величину $M_{\lambda_1}^{\lambda_2}$, суммарной мощности производственных единиц, трудоемкость которых лежит в интервале $[\lambda_1, \lambda_2]$, можно в любой момент времени t аппроксимировать выражением

$$M_{\lambda_1}^{\lambda_2} = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} m(t,\lambda)\, d\lambda \qquad (2.2.1)$$

где $m(t,\lambda) > 0$ – некоторая функция, задающая распределение мощностей производственных единиц по шкале трудоемкости.

Функция $m(t,\lambda)$ является основой описания производства в нашей модели. Например, число рабочих мест $L_{\lambda_1}^{\lambda_2}$, на производственных единицах с трудоемкостью из интервала $[\lambda_1, \lambda_2]$ с помощью этой функции выражается, очевидно, в виде

$$L_{\lambda_1}^{\lambda_2} = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \lambda\, m(t,\lambda)\, d\lambda \qquad (2.2.2)$$

Введем в рассмотрение величины наименьшей $\nu^-(t)$ и наибольшей $\nu^+(t)$ трудоемкости технологий, фактически используемых в производстве в момент времени t. Они выражаются, соответственно, в виде

$$\nu^-(t) = \inf\{\lambda \mid m(t,\lambda) > 0\}, \quad \nu^+(t) = \sup\{\lambda \mid m(t,\lambda) > 0\} \qquad (2.2.3)$$

Очевидно, что всегда имеет место неравенство $\nu^-(t) \geqslant \nu(t)$ поскольку технологии с трудоемкостью $\lambda < \nu(t)$ в момент времени t неизвестны. Одно из основных наших предположений состоит в том, что фактически всегда имеет место равенство:

$$\nu^-(t) = \nu(t) \qquad (2.2.4)$$

т.е. наилучшая известная технология всегда используется. Это предположение представляется естественным, поскольку технология с трудоемкостью $\nu(t)$ является, в рамках рассматриваемой схемы, во всех отношениях наилучшей среди известных к моменту t технологий (напомним, что два других показателя β и μ одинаковы для всех технологий). Кроме того, в § 2.4 мы увидим, что выполнению равенства (2.2.4) способствует действие рассматриваемых в модели экономических механизмов.

На функцию $m(t,\lambda)$ наложим следующие четыре ограничения:

$$1^0. \quad 0 < \nu(t) < \nu^+(t) \leqslant +\infty \qquad (2.2.5)$$

Первое из этих неравенств выражает необходимость затрат труда в любом производственном процессе, второе – факт использования существенно различных технологий.

2^0. $m(t,\lambda) > 0$ при $\nu(t) < \lambda < \nu^+(t)$ и $m(t,\lambda)$ непрерывна по λ при $\lambda > \nu(t)$ $\cancel{\Rightarrow m = 0,\ \lambda > \nu^+}$ ~~(см. (2.2.3))~~ (2.2.6)

$$3^0. \quad \int_0^\infty m(t,\lambda)\, d\lambda = \int_{\nu(t)}^{\nu^+(t)} m(t,\lambda)\, d\lambda = M(t) < +\infty \qquad (2.2.7)$$

$$4^0. \quad \int_0^\infty \lambda\, m(t,\lambda)\, d\lambda = \int_{\nu(t)}^{\nu^+(t)} \lambda\, m(t,\lambda)\, d\lambda = L^*(t) < +\infty \qquad (2.2.8)$$

Условия (2.2.7), (2.2.8) в силу (2.2.I), (2.2.2) выражает естественное предположение о конечности, соответственно, суммарной производственной мощности и общего числа рабочих мест в хозяйстве. Условие (2.2.6) является требованием формального характера. В разделе Ш, где рассматривается вопрос о происхождении распределения $m(t,\lambda)$, будет выяснен содержательный смысл этого условия.

Поскольку производственные мощности определяются основными фондами, их изменение во времени подчиняется уравнению, которое обычно используется для описания динамики основных фондов

$$\frac{\partial m}{\partial t}(t,\lambda) = I(t)\,\psi(t,\lambda) - \mu\, m(t,\lambda) \qquad (2.2.9)$$

Здесь μ - упомянутый коэффициент выбытия мощностей, $I(t)\geqslant 0$ - величина вновь создаваемых в момент t мощностей, $\psi(t,\lambda)$ - доля мощностей с трудоемкостью λ среди всех вновь созданных, поэтому функция $\psi(t,\lambda)$ должна удовлетворять условиям:

$$\psi(t,\lambda)\geqslant 0\ ; \quad \int_0^\infty \psi(t,\lambda)\,d\lambda = 1 \qquad (2.2.10)$$

В остальном величины I и ψ определяются описанными ниже экономическими механизмами, но заметим, что поскольку технологии с $\lambda<\nu(t)$ неизвестны, капиталовложения в них производиться не могут, т.е.

$$\psi(t,\lambda) = 0 \qquad \text{при} \quad \lambda<\nu(t) \qquad (2.2.11)$$

Кроме того, мы будем считать, что $\psi(t,\lambda)$ непрерывна по λ при $\lambda>\nu(t)$.

Из (2.2.10), (2.2.11) и непрерывности ψ очевидно следует, что если при некотором t_0 функция $m(t_0,\lambda)$ удовлетворяет условиям (2.2.5) - (2.2.8), то, в силу уравнения (2.2.9) она будет удовлетворять этим условиям при всех $t>t_0$.

Поток продуктов X^I, необходимых для обеспечения прироста мощностей I, по определению коэффициента приростной фондоемкости b, можно выразить в виде $X^I = bI$. При этом мы не делаем различия между той частью фондообразующего продукта X^I, которая расходуется на собственно организацию нового производства и той, которая используется на поддержание в рабочем состоянии старых мощностей.

Для дальнейшего будет удобно преобразовать уравнение (2.2.9), введя в рассмотрение функцию относительной плотности распределения мощностей

$$h(t,\lambda) = m(t,\lambda)/M(t) \qquad (2.2.12)$$

Из (2.2.9) получаем

$$\frac{\partial m}{\partial t} = M\frac{\partial h}{\partial t} + h\frac{dM}{dt} = I(t)\,\psi(t,\lambda) - \mu h M$$

или

$$\frac{\partial k}{\partial t} = \frac{I(t)}{M(t)} \psi(t,\lambda) - k\cdot\left(\mu + \frac{1}{M}\frac{dM}{dt}\right) \qquad (2.2.13)$$

С другой стороны, интегрируя (2.2.9) по λ в пределах от 0 до ∞ в предположении, что $\nu(t)$ дифференцируема, и учитывая ограничения (2.2.5) - (2.2.11), наложенные на m и ψ получаем уравнение для $M(t)$

$$\frac{dM}{dt} + h(t,\nu(t))\frac{d\nu}{dt}M = I(t) - \mu M \qquad (2.2.14)$$

Уравнение (2.2.13) описывает изменение относительной плотности распределения мощностей по шкале трудоемкости или, иными словами, изменение структуры основных фондов, а уравнение (2.2.14), если заданы $\frac{d\nu}{dt}$ и $h(t,\nu(t))$, определяет величину суммарной производственной мощности хозяйства, т.е. максимальный выпуск продукции, который можно получить, используя имеющиеся в момент t основные фонды.

Однако, выпуск продукции в хозяйстве ограничен не только величиной M, но и объемом используемого трудового ресурса. Обозначим через $L(t)\,(L(t) \leq L^*(t))$ численность занятых в хозяйстве в момент t. Если $L < L^*$, то эти занятые могут быть, вообще говоря, по-разному распределены между производственными единицами. Наибольший выпуск продукции можно получить, очевидно, если заполнить рабочие места в порядке возрастания трудоемкости: сначала заполнить рабочие места на производственных

едиг‹ с наименьшей трудоемкостью, затем с большей, и т.д.

пока‹э L занятых не окажутся расставленными по рабочим

мес‹ При этом трудовыми ресурсами будут обеспечены все

‹дственные единицы с трудоемкостями, меньшими некоторой

ве‹ $\xi(t)$, удовлетворяющей уравнению

$$L(t) = \int_{\nu(t)}^{\xi(t)} \lambda\, m(t,\lambda)\, d\lambda \qquad (2.2.15)$$

Если‹терь все занятые фактически будут работать, то выпуск

$Y(t)$ ‹удет, очевидно, определяться выражением:

$$Y(t) = \int_{\nu(t)}^{\xi(t)} m(t,\lambda)\, d\lambda \qquad (2.2.16)$$

‹бразом, множество допустимых выпусков представляет собой отрезок $[0, Y(t)]$. Позднее мы покажем, что в модели факти‹ский выпуск продукции равен максимальной величине $Y(t)$. ‹ этом заканчиваем рассмотрение блока "Производство", функци‹нирование которого в нашей модели описывается уравнениями (2.2.13) - (2.2.16), и переходим к следующему блоку пер‹ уровня.

§ 2.3. Блок "Потребление - трудовые ресурсы"

Среди всего населения выделим два класса - класс занятых в сфере производства, которых мы будем кратко называть трудящимися, и класс собственников средств производства. Собственники средств производства получают доход в виде процента на капитал и рассматриваются в модели в качестве потребителей. Фактически это могут быть руководители фирм, но рассматриваемые с точки зрения их личного потребления.

Трудящиеся получают доход Φ^T в виде заработной платы $\Phi^T = sL$, где L, как и раньше, численность занятых, а s – ставка заработной платы, которая должна считаться одинаковой для всех работающих, поскольку выпускаемый продукт и трудовой ресурс однородны.

Прочие классы и группы населения в модели не рассматриваются. Совокупный объем их потребления считается пренебрежимо малым, как по сравнению с совокупным потреблением трудящихся, так и по сравнению с потреблением собственников. Кроме того, мы предполагаем, что трудящиеся составляют основную массу населения, так что их численность, обозначаемую через P, можно приближенно считать равной численности всего населения.

Поведение собственников мы будем рассматривать ниже, при описании экономических механизмов. Поведение трудящихся в качестве потребителей полностью определяется в простейшем варианте модели следующим предположением:

Трудящиеся не делают сбережений x). Это означает, что

---

x) Здесь неявно предполагается, что производимый продукт обладает потребительской ценностью и спрос на него не насыщается. В противном случае часть дохода не на что было бы потратить и она превратилась бы в сбережения.

весь доход sL мгновенно и полностью расходуется на покупку потребительского продукта. В силу этого объем потребления трудящихся V^T определяется выражением $V^T = \frac{sL}{p}$, где p – цена продукта. Для среднего уровня потребления на одного человека населения в классе трудящихся ω получаем, таким образом

$$\omega = sL/pP \tag{2.3.1}$$

Рассмотрим теперь процесс формирования трудовых ресурсов. Его протекание определяется в модели тремя основными величинами: численностью трудоспособного населения P^A, средним уровнем потребления трудящихся ω и, наконец, свободным временем, которым располагает каждый трудоспособный представитель класса трудящихся. Последнюю величину, используя переменные модели, можно оценить следующим образом: Каждый трудоспособный человек располагает в среднем ζ^A часами активной деятельности в год. Величина ζ^A определяется физиологией человека и может считаться постоянной. Работающий человек проводит на работе ζ^L часов в год. Величина ζ^L в модели также должна считаться постоянной, т.к. определяющие ее факторы – продолжительность рабочей недели, отпуска и т.д. являются элементами сложившихся в обществе отношений, а последние в рамках модели неизменны. Величина $\zeta^A P^A - \zeta^L L$ выражает таким образом полное количество часов свободного зремени в год, которым располагают трудящиеся. При этом в свободное время включается время, затраченное на ведение домашнего хозяйства, которое можно рассматривать как реализацию потребления. В качестве меры среднего свободного времени, которым располагает каждый трудящийся, естественно использовать безразмерную величину ϑ

$$\vartheta = (\zeta^A P^A - \zeta^L L)/\zeta^A P^A \tag{2.3.2}$$

Пос льку, чевидно, $P^A \geqslant L$, $\zeta^A > \zeta^L$, то $1 \geqslant \vartheta \geqslant 1 - \zeta^L/\zeta^A$

Мы предполагаем, что существует некоторая однозначная при $\omega > 0$ функция $\theta(\omega)$, $0 > \theta(\omega) > 1 - \zeta^L/\zeta^A$, которая задает "правильное", с точки зрения трудящихся, соотношение между свободным временем и потреблением, в том смысле, что при $\vartheta(t) > \theta(\omega(t))$ ощущается недостаток потребительских благ и некоторое число трудоспособных неработающих членов класса трудящихся стремится получить работу, а при $\vartheta(t) < \theta(\omega(t))$ ощущается нехватка свободного времени и часть работающих стремится с работы уйти.

Функция θ представляет в агрегированном виде результат действия сложных и многообразных социальных процессов и поэтому само предположение о ее существовании является лишь рабочей гипотезой, которую мы, однако, считаем возможным принять вследствии малой изученности этих процессов. Точный вид функции θ (если она существует) может быть выяснен только путем конкретных социологических исследований. Од-

на жно представить себе, что $\theta(\omega)$ монотонно возрастает аточно больших ω, поскольку чем выше уровень потребем больше должна быть потребность в свободном времени льше число людей один работающий может материально ть. Монотонность θ подтверждается также тем обстоям, что в странах с более высоким уровнем жизни рабочий к правило, короче. Кроме монотонности при больших ω, е предполагать, что $\lim\limits_{\omega \to 0} \theta(\omega) < 1$. Как показали экспериме с моделью, если эти два требования выполнены, то в м характер траекторий системы уравнений модели слабо от конкретного вида функции θ (см. § 2.8). ользуя функцию θ и (2.3.2), можно определить уронятости $\tilde{L}$, обеспечивающий "правильную" безразмерную чину среднего свободного времени $\theta(\omega)$ при данном уро отребления ω:

$$\theta(\omega) = (\zeta^A P^A - \zeta^L \tilde{L})/\zeta^A P^A \tag{2.3.3}$$

аше основное предположение состоит в том, что величина $\tilde{L}$ является количеством трудового ресурса, который трудящиес предоставляют в распоряжение производственной системы. сли обозначить $(\zeta^A/\zeta^L)(1-\theta(\omega)) = U$, то (2.3.3) можн исать в виде

$$\tilde{L} = P^A U(\omega) \tag{2.3.4}$$

где U , в силу свойств ϑ , удовлетворяет условиям:

$$U(\omega) \text{ - непрерывна при } \omega > 0 \, , \quad \lim_{\omega \to 0} U(\omega) > 0 \qquad (2.3.5)$$

$$1 > U(\omega_2) > U(\omega_1) > 0 \qquad \text{при } \omega_2 > \omega_1 > \omega^+ \qquad (2.3.6)$$

Здесь ω^+ - некоторая постоянная. Гипотетический вид функции U /два варианта/ указан на рис.I

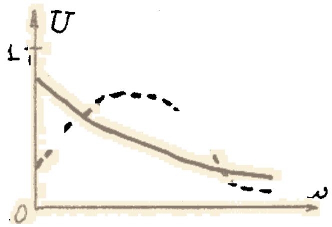


Рис.I

Таким образом, функционирование блока "Потребление - трудовые ресурсы" описывается двумя кончными соотношениями (2.3.I),(2.3.4).

В соответствии с § 2.I описание первого уровня простейшего варианта модели на этом заканчивается и мы переходим ко второму уровню - уровню экономических механизмов.

§ 2.4. Система управления производством.

В рамках простейшей модели система управления производством должна выполнять две функции: а/ определить спрос производственной системы на трудовые ресурсы и распределение занятых по рабочим местам /краткосрочное управление/, б/ определить объем I и структуру Ψ капиталовложений /перспективное управление/. Рассмотрим сначала краткосрочное управление. Как уже говорилось в § 2.I фирмы, осуществляющие управление, должны максимизировать свою прибыль в текущих ценах. Если задана цена продукта p и ставка заработной платы s , то приносят положительную прибыль /являются рентабельными/ производственные единицы, трудоемкость которых λ удовлетворяет неравнству $p - \lambda s > 0$. Следовательно, фирма должна стремиться заполнить все рабочие места на рентабельных производственных единицах и удалить рабочих с нерентабельных. Поскольку в нашей модели спрос всегда удовлетворяется, численность занятых и выпуск продукции определяются, в силу (2.2.I5),(2.2.I6) выражениями

$$\int_{\nu}^{p/s} \lambda m(t,\lambda)\, d\lambda \;, \quad Y = \int_{\nu}^{p/s} m(t,\lambda)\, d\lambda \qquad (2.4.I)$$

ния можно упростить, если воспользоваться следующим фактом.

Теорема I. Соотношения (2.2.I5),(2.2.I6) эквивалентны равенствам

$$= M f(t,x) \, , \; x = L/M \, , \; 0 \le x \le x^* \qquad (2.4.2)$$

$$1/\xi = \frac{\partial f}{\partial x}(t,x) \qquad (2.4.3)$$

$$x) = \int_{\nu(t)}^{\xi} h(t,\lambda)\, d\lambda \quad x^* = \int_{\nu(t)}^{\nu^+(t)} \lambda h(t,\lambda)\, d\lambda \qquad (2.4.4)$$

$$) = m(t,\lambda)/M(t); \quad M(t) = \int_{\nu(t)}^{\nu^+(t)} m(t,\lambda)\, d\lambda \qquad (2.4.5)$$

нкция f обладает следующими свойствами:

$$)) = 0 \; , \quad f(t,x^*(t)) = 1 \qquad (2.4.6)$$

$$0) = 1/\nu(t) \, , \; \frac{\partial f}{\partial x}(t,x^*(t)) = 1/\nu^+(t) \qquad (2.4.7)$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(t,x) < 0 \qquad \text{при } x \in (0, x^*(t)) \qquad (2.4.8)$$

Доказательство. Используя определение величин M , h , x , выра- (2.2.I5),(2.2.I6) можно записать в виде

$$Y = M \int_{\nu}^{\xi} h(t,\lambda)\, d\lambda \qquad (2.4.9)$$

$$x = \int_{\nu}^{\xi} \lambda h(t,\lambda)\, d\lambda \qquad (2.4.10)$$

Поскольку функция h положительна и непрерывна по λ при $\lambda \in (\nu(t), \nu^+(t))$ (см. (2. .6)) , функция $F(t,\xi) = \int_{\nu}^{\xi} \lambda h(t,\lambda)\, d\lambda$ монотонно возрастает и не- по ξ при $\xi \in [\nu(t), \nu^+(t)]$. Кроме того $F(t,\nu(t)) = 0$, $F(t,\nu^+(t)) = x^*($, а производная $\partial F/\partial\xi$ существует, непрерывна и положительна на интервале $(\nu(t),\nu^+(t))$. Из этих свойств функции F, по теореме о неявной функции следует, что уравнение (2.4.10), которое можно записать в виде $F(t,\xi)=x$, определяет на отрезке $[0,x^*(t)]$ однозначную, непрерывную и монотонно возрастающую функцию $\xi(t,x)$, причем на интервале $(0,x^*)$ существует непрерывная производная $\partial\xi/\partial x>0$, и

$$\xi(t,0)=\nu(t), \quad \xi(t,x^*(t))=\nu^+(t) \qquad (2.4.11)$$

Определим теперь функцию f равенством:

$$f(t,x)=\int\limits_{\nu(t)}^{\xi(t,x)} h(t,\lambda)\,d\lambda \qquad (2.4.12)$$

Тогда из (2.4.9) следует равенство (2.4.2), а из (2.4.11) – равенство (2.4.6). Если $x\in(0,x^*)$, то (2.4.10) и (2.4.12) можно продифференцировать по x. При этом мы получаем, соответственно,

$$1=\frac{\partial\xi}{\partial x}\cdot\xi\cdot h(t,\xi)\ ; \quad \frac{\partial f}{\partial x}=\frac{\partial\xi}{\partial x}\,h(t,\xi)$$

откуда следует справедливость соотношения (2.4.3) при $x\in(0,x^*)$, а из него, в свою очередь, следует неравенство (2.4.8), поскольку в рассматриваемом интервале $(0,x^*)$, $\partial\xi/\partial x>0$.

Осталось доказать равенства (2.4.7). Рассмотрим первое из них. Из (2.4.12) имеем:

$$\frac{\partial f}{\partial x}(t,0)=\lim_{x\to0}\frac{1}{x}\int\limits_{\nu(t)}^{\xi(t,x)}h(t,\lambda)\,d\lambda=\lim_{x\to0}\frac{1}{x}\int\limits_{\nu(t)}^{\xi(t,x)}\frac{1}{\lambda}(\lambda h(t,\lambda))\,d\lambda$$

Применяя к интегралу в последнем выражении теорему о среднем, а затем, учитывая (2.4.10), получаем

$$\frac{\partial f}{\partial x}(t,0)=\lim_{x\to0}\frac{1}{x\,w(t,x)}\int\limits_{\nu(t)}^{\xi(t,x)}\lambda h(t,\lambda)\,d\lambda=\lim_{x\to0}\frac{1}{w(t,x)}$$

где $\nu(t)\le w(t,x)\le\xi(t,x)$. Поскольку $\xi(t,x)$ непрерывна по x при $x=0$ и $\xi(t,0)=\nu(t)$ (см. (2.4.11)), $\lim\limits_{x\to0}1/w(t,x)=1/\nu(t)$.

Второе равенство в (2.4.7) доказывается аналогично, причем при $\nu^+=+\infty$, $\frac{\partial f}{\partial x}(t,x^*)=0$.

Теорема доказана. Типичный вид функции f изображен на рис. 2.

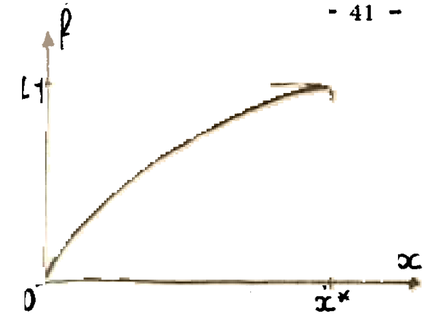


Рис. 2.

Примечание.

Равенство (2.4.2) по форме напоминает широко используемые в экономико-математических исследованиях выражение национального дохода Y в виде, так называемой производственной функции

$$Y=F(K,L,t) \qquad (2.4.13)$$

где K – количество основных фондов, L – численность занятых в хозяйстве, t – время.

Обычно функция F определяется путем статистического анализа показателей развития экономики за период порядка 10 лет и используется для описания процесса "замещения труда капиталом", что означает изменение технологической базы производства в пользу более или наоборот, менее трудоемких технологий в зависимости от того, какие из них оказываются более выгодными в сложившейся экономической ситуации. Поскольку указанный процесс связан с перестройкой основных фондов (перспективным управлением), его характерное время можно оценить величиной порядка 10 лет.

Однако, производственная система может отвечать на изменение цен, спроса и других экономических показателей не только относительно медленным процессом замещения труда капиталом, но и более оперативно, изменяя выпуск продукции за счет найма, увольнения и перераспределения рабочей силы при неизменной структуре основных фондов (краткосрочное управление). Характерное время этих процессов порядка I года [x)].

Нам представляется неправомерным, как это иногда делается, описывать обе указанные выше реакции производственной системы на экономическую конъюктуру одной и той же зависимостью (2.4.13). Соотношение (2.4.13), полученное из анализа статистических данных за достаточно длительный период времени, должно описывать некоторую среднюю тенденцию изменения величины национального дохода. Фактическая же его величина колеблется около среднего значения, подчиняясь другим закономерностям, вытекающим из структуры экономических механизмов.

В предлагаемой модели процессы перестройки и расширения основных фондов – "медленная" реакция производства – выражаются изменением величин M и h в соответствии с (2.2.13), (2.2.14), в то время, как "быстрая" реакция описывается функцией f в соответствии с (2.4.2). В связи с этим f правильнее было бы называть функцией предложения, однако

x) По этому поводу см. /6/.

установившейся традиции [x/], мы сохраним за ней название "производственная функция". Отметим, что функция f удовлетворяет условиям, которые обычно накладываются на производственную функцию: монотонна, выпукла и обращается в нуль при $x = 0$. Кроме того, левая часть равенства (2.4.9) положительно-однородна первой степени относительно переменных M и L. Конец примечания.

Пользуясь теоремой I (см. (2.4.3)), первое из равенств (2.4.I) можно записать в виде:

$$x = x^*(t) \qquad \text{если } s/p < 1/\nu^+$$

$$L = \hat{L} = x M \qquad \frac{\partial f}{\partial x}(t,x) = s/p \qquad \text{если } 1/\nu > s/p > 1/\nu^+ \qquad (2.4.15)$$

$$x = 0 \qquad \text{если } s/p > 1/\nu$$

где f – производственная функция, M – суммарная производственная мощность хозяйства. При $1/\nu > s/p > 1/\nu^+$ уравнение $\frac{\partial f}{\partial x}(t,x) = s/p$ имеет единственное решение относительно x в силу монотонности (см. (2.4.8)).

Отметим, что равенство (2.4.15), в силу (2.4.2), эквивалентно условию максимальности совокупной прибыли хозяйства $\Pi = pY - sL = pM(f(x) - sx/p)$ при заданных p, M и s. Таким образом, действие описанных выше механизмов приводит к тому, что производственная система как целое максимизирует совокупную прибыль в текущих ценах.

x/ Функция предложения используется в теории экономического равновесия. При этом ее аргументами являются цены, а не производственные факторы как в нашем случае.

текущих ценах (см. § I.2).

3°. Опишем теперь механизмы перспективного управления производством, т.е. формирование спроса на фондообразующий продукт X^I, который определяет величину производственной мощности M, а также установление доли продукта X^I, которая идет на расширение производства с трудоемкостью λ. Поскольку приростная фондоемкость b для всех технологий считается одинаковой, доля фондообразующего продукта, направленного на расширение производства с трудоемкостью x равна доле $\Psi(t,\lambda)$ мощностей с этой трудоемкостью среди всех вновь созданных мощностей $I(t)$ (см. (2.2.9)).

В соответствии с общими принципами рыночного обмена (см. § I.2) продукт X^I покупается наравне с потребительскими продуктами по цене p, и величина X^I определяется объемом платежных средств Φ^I, выделенных фирмами на его покупку

$$X^I = \Phi^I / p \qquad (2.4.16)$$

Мы предполагаем, что средства Φ^I (фонд расширения производства) $\Phi^к = \Phi^I + sL$ фирмы получают в виде кредита на срок τ под процент r, а получив их, мгновенно и полностью расходуют на покупку продукта X^I. Таким образом, спрос на фондообразующие продукты определяется в модели спросом фирм на кредит. Кредит считается краткосрочным в том смысле, что его срок τ много меньше характерного времени изменения мощностей $1/\mu$.

Как уже говорилось, фирмы осуществляют перспективное управление в соответствии с целью максимально расширить производство. Поэтому они должны стремиться получить самый большой кредит, который они будут способны погасить. Погашение суммы кредита, полученного в момент t (вместе с процентом) происходит в момент $t+\tau$ из выручки или (в другом варианте модели) из прибыли фирм. Поэтому для определения спроса на кредит фирмы должны оценить размер своей будущей прибыли или выручки. В качестве такой оценки в нашей модели можно взять размер текущей выручки или прибыли, поскольку срок кредита $\tau \ll 1/\mu$, и расширением производства за период $[t, t+\tau]$ за счет введения в строй новых мощностей можно пренебречь.

Теперь опишем конкретные варианты формирования спроса на кредит и его распределения между различными производственными единицами, рассматривавшиеся при построении модели и использовании в различных ее модификациях.

а) Вариант с постоянной структурой капиталовложений.

Обозначим сумму кредита, которую получают фирмы, через $\Phi^к$ и предположим, что эти платежные средства расходуются на выплату заработной платы sL и расширение производства Φ^I. Общий финансовый баланс производства имеет вид:

$$\Phi^к = \Phi^I + sL \qquad (2.4.17)$$

Полученный кредит $\Phi^к(t)$ погашается из совокупной выручки фирм

$P(t+\tau)Y(t+\tau)$ x). Как уже говорилось выше, эту величину фирмы оценивают величиной текущей выручки $p(t)Y(t)$ и, следовательно, предъявляют спрос $\hat{\Phi}^k$ на кредит в размере

$$\hat{\Phi}^k = \frac{pY}{1+\tau} \qquad (2.4.1\ldots)$$

где τ – норма процента.

Доля фондообразующего продукта, которая идет на расширение производства с трудоемкостью λ, задается некоторой фиксированной, не зависящей от времени функцией $\Psi(\lambda)\geq 0$

$$\int_0^\infty \Psi(\lambda)\,d\lambda = 1, \quad \Psi(\lambda)\geq 0.$$

Основное достоинство рассмотренного варианта заключается в его простоте. Необходимо иметь в виду, что при постоянной структуре капиталовложений, расширение мощностей может происходить и на заведомо нерентабельных производственных единицах.

б) <u>Вариант с оптимальной структурой капиталовложений</u>

Как и в предыдущем случае, предполагаем, что кредит расходуется на инвестиции (Φ^I) и на выплату зарплаты, и что этот кредит погашается из совокупной выручки всех фирм. Таким образом, соотношения (2.4.I7) и (2.4.I8) остаются в силе.

---

x) Для наглядности можно представить себе, что существует единый банк, который ведет все финансовые дела фирм, но не вмешивается в текущее и краткосрочное управление производством. Этот банк собирает всю выручку фирм, распределяет кредит и оплачивает счета, погашая задолженность одних фирм за счет прибыли других.

отличие от варианта а) теперь предполагается, что весь фондообразующий продукт X^I расходуется на увеличение мощности производственных единиц с наименьшей из известных к моменту t трудоемкостью $\nu(t)$, т.е. производственных единиц наиболее выгодных в смысле извлечения прибыли. Такое распределение задается следующим образом:

$$\Psi(t,\lambda) = 0, \quad \text{если } \lambda \bar{\in} [\nu(t), \nu(t)+\Delta\nu] \qquad (2.4.I9)$$
$$\Psi(t,\lambda) \geq 0, \quad \text{если } \lambda \in (\nu(t), \nu(t)+\Delta\nu]$$

Здесь $\Delta\nu$ – некоторая малая величина. (Напомним, что $\int_\nu^\infty \Psi(t,\lambda)\,d\lambda = 1$).

В § 2.I было сделано предположение, до настоящего момента не использовавшееся, что в простейшем варианте модели технический прогресс отсутствует. В рамках описанной выше общей схемы производства (см. §2.2) это означает, что величина наименьшей известной трудоемкости $\nu(t)$ не изменяется со временем: $\frac{d\nu}{dt}=0$. При этом условии уравнение (2.2.I3), описывающее изменение структуры производственных мощностей $h(t,\lambda)$ и уравнение (2.2.I4) для суммарной производственной мощности $M(t)$ упрощаются и принимают, соответственно, вид

$$\frac{\partial h}{\partial t} = \frac{I(t)}{M}\left(\Psi(t,\lambda) - h(t,\lambda)\right) \qquad (2.4.20)$$

$$\frac{dM}{dt} = I(t) - \mu M \qquad (2.4.21)$$

Если подставить в уравнение (2.4.20) $\Psi(t,\lambda)$ в виде (2.4.I9), то, очевидно, получим, что $h(t,\lambda)\to 0$ при $\lambda > \nu + \Delta\nu$. С точки зрения численных методов это эквивалентно нарушению условия (2.2.5), поскольку $\Delta\nu$ – малая величина, а если (2.2.5) не выполняется, то многие соотношения модели теряют смысл. В связи с этим в простейшей модели используется вариант с постоянной структурой капиталовложений (вариант б) будет использован в разделе Ш при рассмотрении научно-технического про-

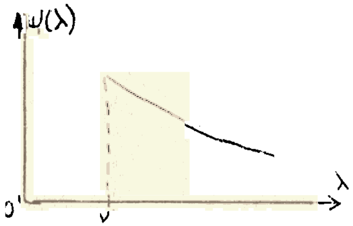


рис. 3

гресса). Вид функции Ψ, задающ... структуру капиталовложений, показан на рис. 3.

Уравнение (2.4.20) показывает, что $h(t,\lambda) \to \Psi(\lambda)$ при $t \to \infty$. Поэтому, пренебрегая переходным процессом, можно положить в простейшем варианте модели

$$h(t,\lambda) \equiv \Psi(\lambda) \qquad (2.4.22)$$

Таким образом, постоянная структура капиталовложений порождает постоянную структуру производственных мощностей. Мы будем поэтому рассматривать простейшую модель как описание развития хозяйства на небольшом отрезке времени, на котором структура основных фондов не успевает существенно измениться.

Из доказательства теоремы I легко усмотреть, что если функция h не зависит от времени, то и производственная функция f также не зависит от времени и, следовательно, функционирование производственной системы описывается в простейшей модели соотношениями:

$$\frac{dM}{dt} = I - \mu M \; ; \quad Y = M f(x) \qquad (2.4.23)$$

При этом величина x определяется из (2.4.15), а величина I из соотношений:

$$\Phi^I = p b I ; \qquad \Phi^I + sL = \frac{pY}{1+\tau} = \Phi^k = \hat{\Phi}^k \qquad (2.4.24)$$

Теперь мы переходим к описанию механизмов рыночного обмена, которые формируют величины ставки заработной платы, цены и нормы процент-

§ 2.5. Рынок трудовых ресурсов

Напомним, что действием экономических механизмов, описываемых в этом блоке, устанавливается ставка заработной платы s и в зависимости от нее число занятых в производстве, при условии, что задана цена продукта p. В свою очередь величины L и s определяют совокупный доход трудящихся $sL = \Phi^T$ (см. (§2.3)) и объем выпускаемого в хозяйстве продукта Y (см. (2.4.23)) при условии, что задана производственная мощность хозяйства M.

Если p и s заданы, то величина $L = \hat{L}$ определяется выражением (2.4.15). Поэтому ставка заработной платы должна установиться такой, чтобы число занятых L соответствовало объему трудовых ресурсов $\tilde{L}$, предлагаемых населением (см. (2.3.8)). Возможны две ситуации:

а) $\hat{L} \le \tilde{L}$. В этом случае мы предполагаем, что ставка заработной платы не изменяется и $L = \hat{L} \le \tilde{L}$. Неравенство $\hat{L} \le \tilde{L}$ эквивалентно, в силу монотонности $\frac{\partial f}{\partial x}$ (см. (2.4.7), (2.4.8)), неравенству $\frac{\partial f}{\partial x}(t,x) \ge \frac{\partial f}{\partial x}(t,\tilde{x})$, где $x = \hat{L}/M$, $\tilde{x} = \tilde{L}/M$, (при $\tilde{x} > x^*(t)$ мы полагаем $\frac{\partial f}{\partial x}(t,\tilde{x}) = 0$). Из (2.4.15) заключаем, что ситуация а) возможна тогда и только тогда, когда $s(t)/p(t) \ge \frac{\partial f}{\partial x}(t,\tilde{x})$. Таким образом,

$$\frac{ds}{dt} = 0, \quad \text{если } s(t) \ge \frac{\partial f}{\partial x}(t,\tilde{x})\, p(t) \qquad (2.5.1)$$

б) $\hat{L} > \tilde{L}$

заработной

не выравняются , т.е. пока не окажется, что $L=\tilde{L}$. При этом предполагается, что в процессе роста s цена продукта $p(t)$ и предложение трудовых ресурсов не успевают существенно изменит[ься] (связь (2.3.8) не учитывается). Тогда условие выравнивания спрос[а] $\hat{L}$ и предложения $\tilde{L}$ трудовых ресурсов можно записать в виде $s(t+\Delta)=p(t)\frac{\partial f}{\partial x}(t,\tilde{x}(t))$, а неравенство $\hat{L}>\tilde{L}$ эквивалентно неравенству $s(t)<p(t)\frac{\partial f}{\partial x}(t,\tilde{x})$, так что имеем

$$s(t+\Delta)=p(t)\frac{\partial f}{\partial x}(t,\tilde{x}(t)), \text{ если } s(t)<\frac{\partial f}{\partial x}(t,\tilde{x})p(t) \qquad (2.5.2)$$

Положим теперь приближенно $s(t+\Delta)=s(t)+\Delta\frac{ds}{dt}$, тогда выражения (2.5.I), (2.5.2) можно объединить в одно уравнение

$$\frac{ds}{dt}=\frac{1}{\Delta}\max\left(0,p\frac{\partial f}{\partial x}(t,\tilde{x})-s\right),\quad \tilde{x}=\tilde{L}/M, \qquad (2.5.3)$$

которое и определяет в модели изменение во времени ставки зарабо[тной] платы. Величина Δ в этом уравнении рассматривается как [ма]лый параметр. Напомним еще раз, что объем используемого трудово[го] ресурса L задается выражениями (2.4.I5).

§ 2.6. Рынок продуктов

Как явствует из общей схемы модели (/3/) в этом блоке описывается система распределения произведенного продукта и процесс установления цен на этот продукт.

...ложим, что весь произведенный продукт Y поступает ... сеть, где хранится в виде запаса $\tilde{Q}$. Из этого запа... посредники продают продукт потребителям по цене p_0 . ...ю выручку возвращают фирмам x). Потребители в модели ... три категории: трудящиеся, собственники и фирмы. Пер...егории приобретают потребительские продукты в объемах, ...нно, V^T и V^c , фирмы покупают фондообразующий про...ме X^I .

...обозначить через $Q^*(Q^*=const.)$ запас продукции, ...й для нормального функционирования торговой сети, то ...ка запаса $Q=\tilde{Q}-Q^*$ имеет место уравнение материального

$$\frac{dQ}{dt}=Y-V^T-V^c-X^I \qquad (2.6.I)$$

...ние выражает факт отсутствия потерь при хранении. ...тветствии с § I.2 объем потребления определяется объе...ых средств, затраченных на покупку, т.е.

$$pV^T=\Phi^T,\quad pV^c=\Phi^c,\quad pX^I=\Phi^I, \qquad (2.6.2)$$

где Φ^T - потребительские расходы трудящихся (см. § 2.3),

...луги торговли представляют собой один из видов ...ой продукции, поэтому торговая наценка должна ...ей схеме включена в выручку фирм. Однако, для ...мы не рассматриваем в модели производство услуг.

Φ^I – инвестиции фирм (см. (2.4.24)), Φ^c – потребительск расходы собственников, формирование которых будет рассмотрено ниже при описании рынка капитала.

Выручка торговых посредников Φ определяется, очевидно, ражением

$$\Phi = \Phi^c + \Phi^I + sL \qquad (2.6.3)$$

и уравнение баланса (2.6.I) можно записать в виде

$$\frac{dQ}{dt} = Y - \Phi/p \qquad (2.6.4)$$

Систему ценообразования мы будем моделировать следующим уравнением

$$\frac{dp}{dt} = -H(Q), \qquad (2.6.5)$$

где функция H удовлетворяет условиям: $H(Q)\leq 0$, при $Q<0$ $H(0)=0$; $H(Q)\geq 0$ при $Q>0$.

В пользу уравнения (2.6.5) можно привести следующие аргум ты. Цены в рыночной системе должны выравнивать расходование $(V^I + V^c + X^I)$ и выпуск (Y) продукта. В модели явно присутствуют две ве чины, которые могут служить мерой дисбаланса выпусков и затрат это сама величина запаса Q и ее производная $\frac{dQ}{dt}$, равна в силу (2.6.4) разнице предложения и спроса, на продукцию. Про

рас показали, что широко используемый в литературе закон регу ия цен по разнице спроса и предложения (и тем более его пре ый случай – строгое равенство затрат и выпусков, когда Φ/Y зывает в модели слишком сильные и резкие колебания, то ак более "мягкий" закон регулирования (2.6.5) обеспе точно хороший баланс спроса и предложения. Наконец, модель оказалась малочувствительной к конкретному ции $H(Q)$, так что в качестве основного варианта сматривать простейшую, линейную форму этой зависимо зовать (2.6.5) в виде

$$\frac{dp}{dt} = -\alpha Q, \qquad (2.6.6)$$

где α – постоянная.

авнения (2.6.2), (2.6.3), (2.6.4) и (2.6.6) описывают ирование рынка продуктов в рассматриваемой модели.

§ 2.7. Рынок капитала

Механизмы рынка капитала определяют величину кредита Φ^K, который получают фирмы, и норму процента r.

прос фирм на кредит $\hat{\Phi}^K$ определен выражением

$$\hat{\Phi}^K = \frac{pY}{1+r} \qquad (2.7.I)$$

качестве источника кредитов мы будем рассматривать класс собственников средств производства – владельцев капитала. Платеж ные средства, которыми располагают собственники, могут находиться в двух формах: во-первых, в форме наличности, которая может расходоваться только на потребление, ее объем обозначим через S и, во-вторых, в форме, используемой как источник кредита. Эту, вторую, часть платежных средств мы будем для удобства считать размещенной в виде срочных вкладов в единой банковской системе. Платежные средства могут переходить из одной формы в другую. Обозначим через d поток средств, переводимых собственниками со срочных вкладов в наличность (эта величина может быть отрицательной). Изменение объема наличности S подчиняется следующему уравнению

$$\frac{dS}{dt} = d - \Phi^c \tag{2.7.2}$$

где Φ^c – потребительские расходы собственников.

Вернемся теперь к вопросу об объеме кредита Φ и о предложении его собственниками $\tilde{\Phi}^к$. Заметим, что величина $\Phi^к$ может превосходить сумму срочных вкладов, поскольку поток выдаваемых в момент t кредитов может частично или полностью покрываться платежами по кредитам, выданным ранее. Поэтому для определения величины $\Phi^к$ нужно рассмотреть систему денежного обращения. При моделировании этой системы мы будем исходить из следующих трех предположений, определяющих функционирование рынка капитала.

1°. Механизмы рынка капитала реагируют на соотношение спроса и предложения более чутко, чем механизмы рынка продуктов и рынка трудовых ресурсов. Поэтому предположим, что <u>рынок капитала всегда находится в состоянии равновесия</u>, т.е. величина процента устанавливается на уровне, обеспечивающем равенство спроса и пред-

ложения кредита в каждый момент времени

$$\tilde{\varphi}^к = \varphi^к = \hat{\varphi}^к = \rho Y/(1+\tau) \tag{2.7.3}$$

2°. Потребительские расходы собственников определяются некоторой невозрастающей <u>функцией склонности к потреблению</u> $\eta(\tau)$, $0<\eta(\tau)<1$ пропорциональны ожидаемой выручке фирм ρY.

$$\varphi^c = \eta(\tau)\rho Y \tag{2.7.4}$$

Вид функции η изображен на рис. 4.

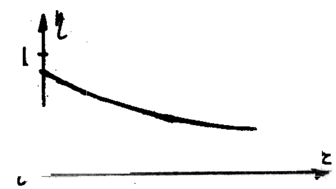


Рис. 4

3°. Все средства, не расходуемые на потребление собственники готовы предоставить в виде кредитов. Это означает, что отсутствует "<u>спекулятивный спрос на деньги</u>", который приводит к скоплению части платежных средств в виде наличности, не расходуемой ни на потребление, ни на накопление.

Для наглядности предположим, что фирмы имеют счет в том же банке, что и собственники и производят финансовые операции с последними путем безналичных расчетов.

Всю денежную массу, находящуюся в обращении, можно разделить на три части: а/ средства, находящиеся в момент t в банке – их мы будем называть резервом и обозначать через R; б/ наличность S в руках собственников; и, наконец, в/ деньги находящиеся в обращении т.е. наличность в руках трудящихся, торговых посредников и т.д.

Рассмотрим баланс резерва R . Изменение резерва склады-
вается из потока денежной эмиссии E' , изменения счетов соб-
ственников D^c и изменения счетов фирм D^Φ

$$\frac{dR}{dt} = D^c + D^\Phi + E \qquad (2.7.5)$$

Величина D^c складывается из платежей по ранее выданным креди-
там, потока выдаваемых кредитов и потока средств, переводимых
в наличность

$$D^c = [(1+r(t-\tau))\Phi^\kappa(t-\tau)] - \Phi^\kappa(t) - d(t), \qquad (2.7.6)$$

где τ – срок кредита. Счет фирм уменьшается за счет погаше-
ния кредитов, выплаты зарплаты и инвестиций Φ^I , а увеличива-
ется за счет поступления кредитов и выручки от реализации продук-
ции, Φ (см. (2.6.3)). Мы учтем, однако, задержку θ в поступ-
лении выручки из торговой сети на счет фирм и будем считать, что
в момент t к фирмам поступает выручка, полученная от продажи
продукции в момент $t-\theta$, т.е. $\Phi(t-\theta)$. Считая задержку ма-
лой, положим $\Phi(t-\theta) \approx \Phi(t) - \theta\frac{d\Phi}{dt}$ и получим

$$D^\Phi = \Phi^\kappa + \Phi - \theta\frac{d\Phi}{dt} - SL - \Phi^I - [(1+r(t-\tau))\Phi^\kappa(t-\tau)] \qquad (2.7.7)$$

Подставляя (2.7.7), (2.7.6) в (2.7.5) и учитывая, что в силу
(2.4.21) $\Phi^\kappa = SL + \Phi^I$, получаем

$$\frac{dR}{dt} = -d + \Phi - \theta\frac{d\Phi}{dt} + E' - \Phi^\kappa \qquad (2.7.8)$$

анковской системе необходима некоторая минимальная сумма
зер $R_m > 0$, чтобы компенсировать случайные колебания ве-
личин θ . Естественно предположить, что размер резерва R_m
зави от масштаба финансовых операций, который можно охарактер-
ризо величиной выручки Φ . Мы использовали в модели простей-
связи между R_m и Φ , а именно

$$R_m = \kappa\theta\Phi + const \qquad (2.7.9)$$

где $\kappa > 0$ – некоторая постоянная.
Все средства сверх величины R_m банковская система стремится
предоставить фирмам в виде кредита. Равновесие на рынке капитала
означает, что весь предлагаемый кредит фирмы берут и, следова-
тельно, $R \equiv R_m$. Это уравнение является другой формой запи-
си условия равновесия рынка капитала.

Подставляя R_m из (2.7.9) вместо R в (2.7.8) и учитывая
что в силу (2.6.3), (2.4.21), $\Phi = \Phi^I + \Phi^c + \Phi^T = (\Phi^T + SL) + \Phi^c =$
$= \Phi^\kappa + \Phi^c$, получаем уравнение, определяющее объем выручки

$$(1+\kappa)\theta\frac{d\Phi}{dt} = E' + \Phi^c - d \qquad (2.7.10)$$

Объем кредита определяется из условия

$$Ф^к = Ф - Ф^c \qquad (2.7.11)$$

Используя (2.7.11), (2.7.3) и (2.7.4), можно получить еще одно, независимое от предыдущих, соотношение, определяющее величину равновесной нормы процента r.

$$\frac{\rho Y}{1+r} = Ф - \eta(r)\rho Y \qquad (2.7.12)$$

Теперь видно, что поведение собственников, характеризуемое в модели величинами α и $Ф^c$, действительно определяет размер кредита в силу уравнений (2.7.10), (2.7.11), (2.7.12). Для того, чтобы определить величину α, воспользуемся предположением 3° об отсутствии "спекулятивного спроса на деньги". Оно означает, что запас наличности S не изменяется, т.е. $dS/dt=0$ и из (2.7.2) $\alpha=Ф^c$. В правой части (2.7.10) остается теперь одна переменная – поток денежной эмиссии E, которую надо определить, чтобы замкнуть модель.

Величина E является до некоторой степени управляющим параметром, который государство использует, чтобы поддерживать на желаемом уровне норму процента (или наоборот – государство фиксирует норму процента, а банки осуществляют в необходимом размере эмиссию). Во всяком случае ясно, что объем денежной массы должен находиться в соответствии с объемом хозяйственной деятельности. Поэтому мы использовали следующее уравнение для эмиссии платежных средств

$$E = k_1 Y \qquad (2.7.13)$$

Это предположение можно интерпретировать как обеспечение денег частью произведенного продукта. Можно полагать, например, что эта часть равна количеству добытого в единицу времени золота. Кроме того, приведенный ниже анализ показывает, что изменение во времени нормы процента в силу уравнений модели имеет характер колебаний около некоторого постоянного значения. Поэтому можно предположить, что соотношение (2.7.13) не противоречит практике государственно-монополистического регулирования финансовых операций.

Кроме описанного выше, основного, рассматривались еще два, альтернативных варианта схемы денежного обращения. В первом из них предполагалось, что фирмы и трудящиеся расходуют полученные деньги не сразу, а с запаздываниями, соответственно, θ^I и θ^T, т.е. вместо равенств

$$sL = \varphi^T \quad ; \quad \varphi^I = \varphi^k - sL$$

использовались уравнения

$$sL = \varphi^T + \theta^T \frac{d\varphi^T}{dt} \; ; \quad \varphi^I + \theta^I \frac{d\varphi^I}{dt} = \varphi^k - sL$$

Во втором варианте предполагалось, что существует спекулятивный спрос на деньги и величина d задавалась в виде $d = \eta'(r)\rho Y$, $\eta' > \eta$.

Анализ этих вариантов показал, что они усложняют модель, но существенно не изменяют ее поведения. Поэтому фактически была использована основная схема денежного обращения, подробно разобранная выше.

§ 2.8. Анализ минимального варианта модели.

Подведем некоторые итоги. В §§ 2.2 - 2.7 построен простейший - минимальный вариант модели социально-экономической системы, соответствующий общей схеме, изложенной в главе I. Этот вариант является основой для дальнейших модификаций. Главной характеристикой простейшей модели является постоянство структуры хозяйства. Напомним, что мы предполагали постоянными структуру капиталовложений и основных фондов, а также профессиональный состав населения. Как было отмечено, такая модель может служить для описания развития хозяйства на сравнительно небольшом отрезке времени. В связи с этим при анализе модели будем полагать численность всего населения P и численность активного населения P^A постоянными заданными величинами.

Соберем теперь воедино уравнения, которые описывают минимальный вариант модели.

Блок "производство"

$$Y = M f(x) = M \int^{P/s} \Psi(\lambda)\, d\lambda, \quad x = \int^{P/s} \lambda \Psi(\lambda)\, d\lambda \tag{2.8.1}$$

$$\frac{dM}{dt} = M(\sigma - \mu), \quad \sigma = I/M \tag{2.8.2}$$

Блок "потребление - трудовые ресурсы"

$$\omega = sL/pP \tag{2.8.3}$$

$$\tilde{L} = P^A U(\omega) \tag{2.8.4}$$

Блок "Система управления производством"

$$xM, \quad \begin{array}{ll} x = 0 & P/s < \nu \\ f'(x) = s/p & \nu < P/s < \nu^{+} \\ x = x^{*} & P/s > \nu^{+} \end{array} \tag{2.8.5}$$

$$pY/(1+r) = sL + p\theta I \tag{2.8.6}$$

Блок "Рынок трудовых ресурсов"

$$ds/dt = \frac{1}{\Delta} \max(\nu p f'(\tilde{x}) - s); \quad \tilde{x} = \tilde{L}/M \tag{2.8.7}$$

Блок "Рынок продуктов"

$$dQ/dt = Y - \Phi/p \tag{2.8.8}$$

$$dp/dt = -\alpha Q \tag{2.8.9}$$

Блок "Рынок капитала"

$$\Phi = p\theta I + s x M + \eta(r) p Y \tag{2.8.10}$$

$$d\Phi/dt = \pi Y \tag{2.8.11}$$

Уравнения (2.8.I) - (2.8.II) получены очевидными преобразованиями соотношений, рассмотренных в §§ 2.2 - 2.7.

Сделаем несколько замечаний по поводу параметров модели.

Положим $\eta^{0} = \eta(r^{*})$, где $r^{*} > 0$ - решение уравнения $\eta(r) = r/(1+r)$. Это решение существует в силу свойств функции η (см.также рис.5). Всюду в дальнейшем предполагается выполненным условие продуктивности модели

$$1-\mu b-\eta^{\circ}>0, \qquad (2.8.12)$$

Оно означает, в частности, что производственная система может производить больше продукции, чем требуется для возмещения выбывших производственных мощностей.

Основными характеристиками модели являются функции $\Psi(\lambda)$ и постоянная ν, которые входят в уравнения (2.8.I), (2.8.5). Они задают структуру капиталовложений и основных фондов. Напомним, что функция $\Psi(\lambda)$ предполагается непрерывной при $\lambda>\nu$, причем $\Psi(\lambda)>0$ если $\nu<\lambda<\nu^{+}$. Сразу отметим, что свойства решений системы с (2.8.I) – (2.8.II) различны в зависимости от того, считать ли параметр ν^{+} конечным или бесконечно большим. Поэтому ниже всегда будет указано в каком из этих двух случаев справедливо то или иное утверждение.

Особо отметим, что рассматриваемая модель замкнута, т.е. траектории системы (2.8.I) – (2.8.II) при $t\geq t_0$ однозначно определяются заданными при $t=t_0$ начальными условиями

$$M(t_0)=M^{\circ}>0,\ Q(t_0)=Q^{\circ},\ p(t_0)=p^{\circ}>0,\ \Phi(t_0)=\Phi^{\circ}>0,\ S(t_0)=S^{\circ}>0 \qquad (2.8.13)$$

Рассмотрим теперь результаты, полученные при аналитическом исследовании модели. Доказателства за недостатком места опущены.

I°. <u>Сбалансированный рост в простейшей модели.</u>

Характерными частными решениями системы (2.8.I) – (2.8.II) являются режимы сбалансированного роста, на которых величины M, Y, L, ω и Φ, характеризующие масштаб хозяйства, растут с одинаковым постоянным темпом γ, а величины p, S, τ, x,

остаются постоянными. Такие режимы роста часто рассматриваются в литературе (см., например, /6/,) . В нашей модели режимы сбалансированного роста реализуются при отсутствии ограничений по трудовым ресурсам, т.е. при выполнении неравенства $L<\tilde{L}$. Различные режимы сбалансированного роста различаются между собой начальными значениями S_0 и M_0. Величина $x=L/M$ для всех этих режимов определяется из уравнения.

$$f(x)(1-\eta^{0})-f'(x)(x+b\pi/S^{0})-\mu b=0$$

Это уравнение рассматривалось Солоу в /7/ и получило название "золотого правила" оптимального сбалансированного роста. Заметим, однако, что в модели Солоу темп роста задается извне, а в нашей – определяется в рамках модели. Этот темп одинаков для всех режимов сбалансированного роста в системе (2.8.I) – (2.8.II). Можно показать, что он удовлетворяет неравенствам.

$$\gamma<\frac{1}{b}-\mu\ ; \quad 0<\gamma<\pi/S_0\nu \qquad (2.8.14)$$

Величина $1/b-\mu$ задает технологический предел темпа расширения производства, а величина $\pi/S_0\nu$ – максимальный темп роста, который могут обеспечить экономические механизмы. В частности, можно сделать вывод, что если темп эмиссии π слишком мал, то недостаток платежных средств сокращает масштаб операций обмена и, тем самым, сдерживает рост хозяйства. Если же π велик, то дальнейшее ускорение эмиссии увеличивает только уровень цен и не влияет на темп роста.

Расчеты, результаты которых приведены ниже, показывают, что сбалансированный рост является основным типом поведения простейшей модели в условиях избытка трудовых ресурсов. В общем случае траектория системы (2.8.I) – (2.8.II) имеет колебательный характер, причем колебания постепенно затухают и траектория асмптотически стремится к одному из режимов сбалансированного роста. Частоту указанных колебаний можно оценить величиной $\Omega = \sqrt{dM^2/\varphi}$. Это выражение позволяет определить величину параметра α . При этом описанные колебания следует сопоставлять с краткосрочными колебаниями экономической конъюнктуры (период $\sim$ I года).

При аналитическом исследовании рассматривался также особый случай, когда в хозяйстве, описываемом системой (2.8.I) - (2.8.II) отсутствует денежная эмиссия, т.е. в (2.8.II) $\pi = 0$.

2^0 Исследование простейшей модели при отсутствии денежной эмиссии.

Если в системе (2.8.I) - (2.8.II) положить равным нулю темп денежной эмиссии π , то вместо режимов сбалансированного роста мы получим режимы равновесия, т.е. решения, на которых все переменные модели имеют постоянное значение. Этот факт позволяет рассматривать систему (2.8.I) - (2.8.II) при $\pi = 0$ как некоторую модель экономического равновесия. Равновесие в этой модели оказывается асимптотически устойчивым и, кроме того, имеет место следующий факт.

Допустим, что производственно-экономическая система, описываемая уравнениями (2.8.I) - (2.8.II) при $\pi = 0$ находится в состоянии равновесия $\mathcal{E}^0$, которое характеризуется значениями переменных $M = M^0$, $Y = Y^0$, $\varphi = \varphi^0$, $x = x^0$, $p = p^0$, $s = s^0$, $\tau = \tau^0$ x/. Пусть теперь в эту систему в момент времени t производятся капиталовложения в размере $\Delta\varphi^I \ll \varphi^0$ из некоторого внешнего источника /например из государственных средств/.

---

x/ Исследование режимов равновесия, также как и исследование режимов сбалансированного роста проводится в предположении, что хозяйство не испытывает недостатка в трудовых ресурсах, т.е. $L < \tilde{L}$.

рез... гате этих капиталовложений система выйдет из равновесия $\mathcal{E}^0$ и ...которое время подойдет к новому равновесию $\mathcal{E}^1$, которое ха...уется значениями переменных $M^1 = M^0 + \Delta M$, $Y^1 = Y^0 + \Delta Y$, ...$\varphi^0 + \Delta\varphi^I$, $x^1 = x^0$, $p^1 = p^0$, $s^1 = s^0$, $\tau = \tau^0$. При этом оказы...

...ся, что

$$\Delta Y = \Delta I/(1-c) + o\left(\frac{\Delta\varphi^I}{p^0}\right), \quad \frac{o(y)}{y} \to 0, \; y \to 0 \qquad (2.8.I5)$$

...где $\Delta I = \Delta\varphi^I/p^0 b$, а $c = (s^0 L^0 + \gamma(\tau^0) p^0 M^0)/p^0 M^0$ представ...ляет собой долю потребления в национальном доходе. Соотношение (2.8.I5) ...по смыслу и по форме аналогично известному в теории экономического равновесия соотношению "мультипликатора" Кейнса (см. /7/) .

Инфляционный режим в простейшей модели.

Все приведенные выше результаты относились к случаю, когда в экономической системе имеется избыток трудовых ресурсов. Однако, эта ситуация не исчерпывает всех типов поведения модели. Заметим, например, что сбалансированный рост в простейшей модели рано или поздно прекращается. В самом деле, на траектории сбалансированного роста численность занятых растет по экспоненте, а трудовой ресурс ограничен постоянной p^A .

В связи с этим специально исследовался случай, когда трудовой ресурс полностью исчерпан, $L = \tilde{L}$. Оказалось, что в этом случае можно построить приближенное решение системы (2.8.I)-(2.8.II), которое мы называем инфляционным режимом. Этот режим характеризуется постоянством величин M, Y , L , τ и пропорциональным линейным ростом величин p, s, φ

Подведем итоги аналитического исследования простейшей модели социально-экономической системы. Выявлены важнейшие типы траекторий системы уравнений (2.8.I)-(2.8.II). Показано, что модель позволяет описать некоторые виды колебаний экономической конъюнктуры и инфляционные процессы. ...ось, что модель как ~~частный содержит известные экономико-~~

частные случаи, содержит в себе изучавшиеся ранее экономико-математические модели и отражает такие важные закономерности как эффект мультипликатора и наличие сбалансированного роста.

Тем не менее из-за нелинейности модели возможности применения к ней аналитических методов исследования весьма ограничены – изучению поддаются по-существу, лишь некоторые частные случаи системы (2.8.I) – (2.8.II). В связи с этим анализ модели проводился, главным образом, путем численных экспериментов к обсуждению результатов некоторых из них мы сейчас и переходим.

4^0. Численные эксперименты над моделью.

Рассмотрим типичную траекторию системы уравнений (2.8.I) – (2.8.II), которая получается при решении этой системы на ЭВМ (см.§ I.4). Изменение основных переменных модели вдоль этой траектории показано на рис. 5–6 Во всех графиках на рис. 5–6 можно отчетливо выделить четыре различных участка: $[0,t_1]$, $[t_1,t_2]$, $[t_2,t_3]$ и $[t_3,\infty]$. На участке $[0,t_1]$ происходит процесс перехода от произвольно выбранных начальных значений к режиму сбалансированного роста. Участок $[t_1,t_2]$ близок к этому режиму. В момент t_2 происходит исчерпание трудовых ресурсов и после ряда резких колебаний на интервале $[t_2,t_3]$. траектория переходит в режим близкий к инфляционному при $t>t_3$. Возрастание мощности на участке $[t_2,t_3]$ можно рассматривать как проявление эффекта "замещения труда капиталом" (см. § 2.4, п.1^0), поскольку на этом участке возрастает величина средней производительности труда $g=Y/L=f(x)/x$

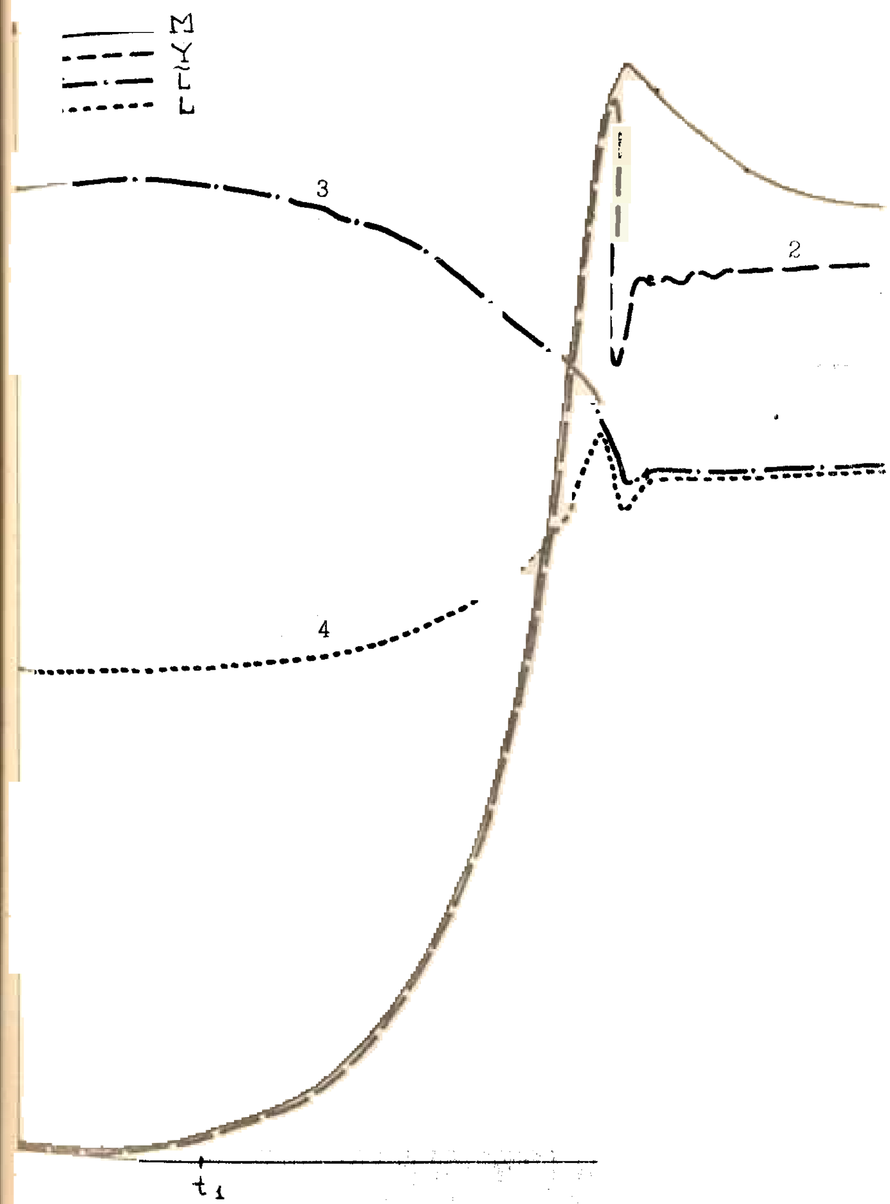
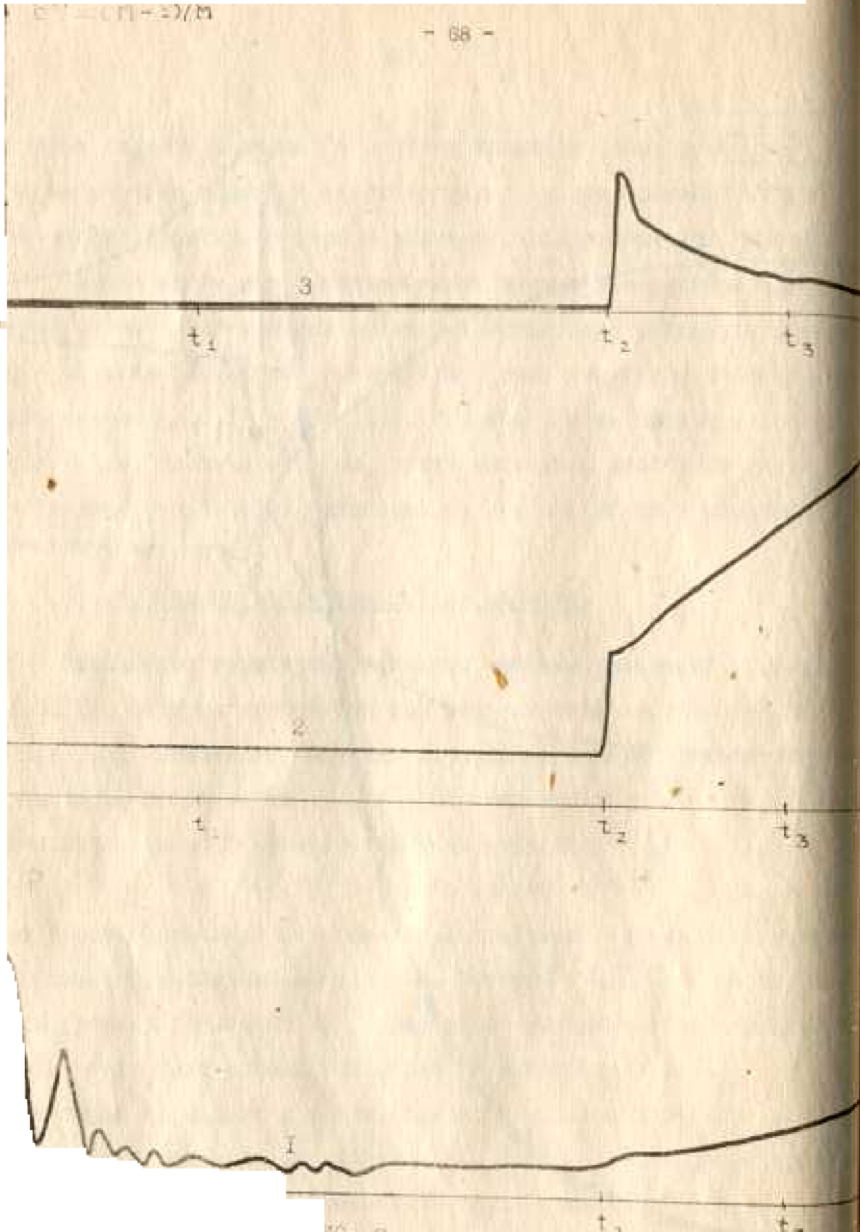


Рис. 5



Картина, показанная на рис. 5–6 в целом сохраняется в достаточно широком диапазоне изменения начальных значений. Это свидетельствует об устойчивости режима сбалансированного роста и инфляционного режима по отношению к изменению начальных условий.

Встает также вопрос, насколько меняется качественный характер траектории при изменении параметров модели? Особенно важна чувствительность траектории к выбору конкретной формы зависимостей $U(\omega)$ (см. (2.8.3)) и $H(Q)$ (правая часть уравнения (2.8.8), см.также (2.6.5)), поскольку эти зависимости не выведены из "микроописания". Если характер траекторий сильно зависит от конкретного вида указанных функций, то это означает, что на уровне простейшей модели процессы формирования трудовых ресурсов и ценообразования требуют дополнительных исследований.

В связи с этим были проведены следующие эксперименты (на их результаты мы уже ссылались в § 2.3 и § 2.6).

а) Правая часть $H(Q)$ в(2.8.8) выбиралась в виде

$$H(Q)=H_1=\alpha Q,\ H(Q)=H_2=-\alpha pQ,\ H(Q)=H_3=\begin{cases} Q+Q_0, & Q<-Q_0 \\ 0 & |Q|<Q_0 \\ Q-Q_0, & Q>Q_0 \end{cases}$$

На рис. 5–6 показаны траектории основного варианта системы (2.8.I) – (2.8.II), соответствующие $H=H_1$ функция H_2 порождает более короткие, а функция H_3 с"зоной нечувствительности"– более продолжительные переходные процессы на участках $[0,t_1]$

$[t_2, t_3]$ .x) Однако в целом модель оказывается малочувст-вительной к выбору функции H . Это тем более интересно, что теорема 4 справедлива только при $H=H_1$ (теоремы 2 и 3 справ... инфляционный режим, строго говоря, возможен лишь при $H = H_1$ Тем не менее, этот режим является

Разница только в следующем. Если $H=H_1$, то траектория системы монотонна при $t>t_3$. Если же $H=H_2$ или $H-H_3$ то приближение траектории к инфляционному режиму сопровождается колебаниями с большой частотой и малой амплитудой.

б) Функции $U(\omega)$ и $\eta(r)$ выбирались в виде

$$U_1(\omega)=1/(1+\omega/\bar{\omega}).\ U_2(\omega)=(\omega/\bar{\omega})(1+(\omega/\bar{\omega})^2)+\frac{1}{2}$$

$$\eta_1(r)=\eta^\circ<1,\ \eta_2(r)=1/(1+r/\bar{r}),$$

где $\bar{r}, \bar{\omega}$ - нормировочные постоянные.

Траектория изображенная на рис. 5-6 соответствует $U=U_1, \eta=\eta_1$

Использование функций U_2 и η_2 не изменяет характера траектории.

в) Производственная функция f выбиралась в виде

$$f_1=1-[1-\frac{1-\varepsilon}{\nu}x]^{1/1-\varepsilon},\ f_2=\frac{x}{\nu}-\left(\frac{x}{2\nu}\right)^2$$

x) Функция H_2 обладает двумя преимуществами. Она делает модель инвариантной к изменению денежной единицы (т.е. одновременному умножению p, S и Φ на один и тот же скаляр) и обеспечивает выполнение неравенства $p(t)>0$ при $t\geq t_1$.

Однако, функция H_2 все же слишком "жестко" регулирует процесс ценообразования, что делает её неприемлимой в более сложных модификациях модели.

ε - постоянная. Функция f_1 соответствует распределению мощ... остей по трудоемкости $\Psi_1(\lambda)=\frac{1}{\varepsilon\nu}\left(\frac{\nu}{\lambda}\right)^{\frac{1+\varepsilon}{\varepsilon}}, \lambda\geq\nu$,а ... - распределению $\Psi_2(\lambda)=2\nu/\lambda^3$ при $\lambda\geq\nu$ (см.(2.8.I); ...кже теорему I). Траектория изображенная на рис. 5-6 возникает, $f=f_1$. Функции f_2 соответствует аналогичная траектория, ...большей недогрузкой мощности $\delta_M=(M-Y)/M$ 30 - 40%. ...разница объясняется тем, что в распределении Ψ_2 доля произ-...твенных единиц с высокой трудоемкостью больше, чем в распре-...нии Ψ_1.

Из рассмотренных экспериментов можно сделать вывод, что ... 5-6 изображают типичную траекторию системы. Её характер ...деляется структурными особенностями модели и слабо зависит ...онкретного выбора параметров.

На этом мы заканчиваем описание минимального варианта моде-... переходим к более сложным её модификациям.