Эквивалентность $\bar{M}_1$ и $\bar{M}_2$ по совокупности переменных $\{Y, R, I\}$ возможна лишь, если $\alpha_2 = \frac{p^0 Y^0}{s^0 R^0}$. Необходимыми и достаточными условиями для нее являются

$$\Phi^c(r) = 0 \text{ в } D_r, \qquad F(R) = \frac{\alpha_1}{\lambda^0} R \text{ в } D_R,$$

$$W(Y) = \left(1 - \frac{b\mu\alpha_3}{f(x^0)\alpha_1}\right) Y \text{ в } D_Y.$$

Теперь выпишем необходимые и достаточные условия эквивалентности моделей $\bar{M}'_1$ и $\bar{M}_2$, определенной формулой (4.1′). Ниже c – произвольная постоянная, отличная от нуля, а

$$I_1(\xi) \equiv (1 - \eta^0)\frac{\xi}{\lambda^0(\xi)} - \frac{x(\lambda^0(\xi))}{\lambda^0(\xi)} M^0.$$

	$\{Y\}$	$\{R\}$	$\{I\}$
	$\Phi^c(r) = 0$ $F(R) = \alpha_1 M^0 \tilde{f}\left(\frac{\alpha_1}{F'(R)}\right)$	$\Phi^c(r) = 0$ $F(R) = \alpha_1 M^0 \tilde{f}\left(\frac{f^{1-\alpha_2}\,\alpha_1}{c f'\left(\frac{R}{\alpha_2 M^0}\right)}\right)$	$\Phi^c(r) = 0;\ F(R) = M^0 \alpha_1 \tilde{f}\left(\frac{\alpha_1}{F'(R)}\right)$ $W(Y) = Y - \alpha_3 I_1\left(\frac{Y}{\alpha_1}\tilde{f}^{-1}\left(\frac{Y}{\alpha_1 M^0}\right)\right)$
$\{R\}$		$\Phi^c(r) = 0$ $F(R) = c M^0 f^{\alpha_2}\left(\frac{R}{\alpha_2 M^0}\right)$	$\Phi^c(r) = 0;\ F(R) = c M^0 f^{\alpha_2}\left(\frac{R}{\alpha_2 M^0}\right)$ $W(Y) = Y - \alpha_3 I_1\left(\frac{Y}{c f^{\alpha_2 - 1}\left(\left(f^{-1}\left(\frac{Y}{cM^0}\right)\right)^{\frac{1}{\alpha_2}}\right)}\right)$
$\{I\}$			$\Phi^c(r) = 0$ $W(Y) = Y - \alpha_3 I_1(Y/F'(F^{-1}(Y)))$

В заключение автор выражает глубокую благодарность кандидату физ.-матем. наук И.Г. Поспелову и доктору физ.-матем. наук А.А. Петрову за большую помощь при написании этой работы.

Литература

1. Петров А.А., Поспелов И.Г. Системный анализ развивающейся экономики: к теории производственных функций, I, Техническая кибернетика, 1979, №2.

2. Петров А.А., Поспелов И.Г. Системный анализ развивающейся экономики: системный подход и односекторная модель, II, Техническая кибернетика, 1979, №3.

3. Столерю Л. Равновесие и экономический рост. М., Изд-во "Статистика", 1974.

4. Усоскин В. Теории денег. М., Изд-во "Мысль", 1976.

УДК 330.115

И.Г. ПОСПЕЛОВ

ОПЫТ ИДЕНТИФИКАЦИИ ИМИТАЦИОННОЙ МОДЕЛИ КАПИТАЛИСТИЧЕСКОГО ХОЗЯЙСТВА

1. Постановка задачи

В работах [1 – 3] был развит системный подход к моделированию развития социально-экономической системы. Общий подход был использован при построении комплекса моделей классической рыночной экономики. Заранее можно было рассчитывать лишь на то, что модели отразят некоторые качественные особенности развития рыночной экономики, потому что у нас слишком мало конкретных знаний об особенностях большинства экономических и социальных процессов, и приходится прибегать к многочисленным гипотезам. Анализ моделей [1 – 3] показал, что удалось описать многие характерные особенности развития рыночной экономики: существование нескольких типов циклов, сопровождающих развитие производства, возникновение двух типов инфляционных процессов, один из которых сопровождается ростом безработицы и т.д. Эти результаты до некоторой степени оправдали систему принятых гипотез и дают основание утверждать, что построенные модели качественно правильно отражают характер развития классической рыночной экономики.

При анализе качественных особенностей модели мы мало заботились о подборе значений коэффициентов, характеризующих структуру модели, поскольку не ставили себе задачу воспроизвести экономическое развитие какой-либо конкретной страны. Однако было интересно использовать отчетные показатели экономического развития какой-либо страны, чтобы оценить типичные значения коэффициентов модели и посмотреть, может ли модель количественно воспроизвести картину экономического развития страны. Такое исследование было проведено для простейшей из разработанных – односекторной модели [2] – с использованием статистических данных национальных счетов Франции за 1962–1971 гг. Приведем для справки систему уравнений модели. Подробнее см. [1, 2], а также [4].

$$b\frac{dM}{dt} = I - b\mu M, \tag{1.1}$$

$$pY/(1+r) = pI + sR, \tag{1.2}$$

$$Y = Mf(x),\ x = R/M, \tag{1.3}$$

$$s/p = f'(x), \tag{1.4}$$

$$f(x) = 1 - \left(1 - \frac{(1-\varepsilon)x}{\nu}\right)^{1/(1-\varepsilon)}, \tag{1.5}$$

$$\frac{dP}{dt} = -\alpha pQ/Y, \tag{1.6}$$

$$\frac{dQ}{dt} = Y - \Phi/p, \tag{1.7}$$

$$\Phi = pI + sR + \Phi^{O}, \tag{1.8}$$

$$\theta\frac{d\Phi}{dt} = E, \tag{1.9}$$

$$E = kY, \tag{1.10}$$

$$\Delta\frac{dS}{dt} = \max(0,\ pf'(\tilde{x}) - s), \tag{1.11}$$

$$\tilde{x} = \tilde{R}/M;\ \tilde{R} = P^{A}U(sR/pP). \tag{1.12}$$

Здесь M – производственная мощность, I – поток фондообразующих продуктов (валовые инвестиции в ценах базового года), Y – выпуск продукции (национальный продукт), R – численность занятых, r – норма процента, f – производственная функция, s – ставка заработной платы, p – цена продукта (индекс цен по отношению к базовому году), Q – излишек запаса продукта на рынке, Φ – поток платежных средств в системе, E – эмиссия платежных средств, $\tilde{R}$ – предложение трудовых ресурсов, Φ^{O} – поток потребительских расходов собственников, P^{A} – численность трудоспособного населения, P – общая численность населения, μ, b, ε, ν, α, k, Δ, θ – положительные постоянные. Вид производственной функции (1.5) взят из [1]. Уравнение ценообразования (1.6) несколько отличается от использованного в [2] уравнения $dp/dt = -\alpha Q$. Однако в

[2] было указано, что качественный характер траектории системы (1.1) – (1.12) слабо зависит от конкретного вида уравнения ценообразования, если только правая часть этого уравнения имеет знак, противоположный знаку излишка запаса. Форма уравнения ценообразования (1.6) оказывается более удобной как для аналитического, так и для численного исследования модели.

2. Характеристика статистических данных

Источником статистических данных для идентификации модели (1.1) – (1.12) послужила система национальных счетов Франции. Эта система уже около 20 лет используется французскими государственными органами для сбора, классификации и анализа экономической информации в стране. Основой французского национального счетоводства является бухгалтерский баланс денежных расходов и поступлений разных экономических агентов, участвующих в различных хозяйственных операциях. Экономическими агентами называются лица, группы лиц и организаций, образующие автономные центры принятия решений в экономике. Все агенты разделяются на несколько категорий (производственные учреждения, домашние хозяйства и т.д.), и для каждой категории агентов составляется счет расходов и доходов с указанием типа операции. Кроме счетов агентов, составляются сводные счета по типам экономических операций (производственные операции, операции по распределению и т.д.) с указанием категории участвующих в операции агентов. Отдельно составляются счета платежей по заграничным операциям.

Указанные счета служат основой для составления таблиц межотраслевых потоков материальных благ и услуг (в ценах сделок), которые, в свою очередь, могут быть сагрегированными в макроэкономические показатели.

С точки зрения использования в макроэкономических моделях описанная система представления экономической информации имеет свои достоинства и недостатки. Достоинствами являются ее продуманность и последовательность. Бухгалтерский баланс отражает потоки чистой продукции*), что исключает "двойной счет" при агрегировании показателей. Недостаток системы в том, что все

*) В продукцию производственных учреждений французские экономисты включают материальные блага и те из услуг, которые "могут считаться реализуемыми" [5].

показатели выражаются исключительно в текущих ценах, так что для выявления динамики приходится полностью полагаться на индекс цен – величину, которую, как известно [6], вполне корректно определить невозможно.

3. Подготовка исходных данных

Развернутые таблицы французских национальных счетов, в принципе, позволяют определить много разных макроэкономических показателей. Однако громоздкая и трудоемкая работа по классификации и агрегированию развернутых таблиц не соответствовала бы ограниченным целям настоящего исследования. Поэтому при отборе статистических данных для идентификации модели мы остановились лишь на тех показателях, которые содержались в доступных нам материалах [7 – 8] в уже агрегированном виде. Среди таких показателей следующие семь оказались пригодными для использования в модели (1.1) – (1.12) в качестве исходных и контрольных данных:

$\hat{Y}$ – выпуск продукции в ценах 1963 г.,

$\hat{Y}_p$ – выпуск продукции в текущих ценах,

$\hat{J}$ – чистые капиталовложения в ценах 1963 г.,

$\hat{J}_p$ – чистые капиталовложения в текущих ценах,

$\hat{A}$ – сумма амортизационных отчислений,

$\hat{E}$ – общая эмиссия платежных средств,

$\hat{R}$ – численность занятых (рабочих и служащих).

Все эти величины в совокупности приводятся лишь в отчетных данных за 1962–1971 гг. Это обстоятельство определило интервал времени для идентификации.

Величины $\hat{Y}$, $\hat{E}$ и $\hat{R}$ имеют прямые аналогии в модели (1.1) – (1.12) и могут быть использованы непосредственно*). Остальные величины таких аналогов не имеют и должны быть предварительно преобразованы.

1. Величины $\hat{Y}$ и $\hat{Y}_p$ позволяют определить индекс цен

$$\hat{p}(t) = \hat{Y}_p(t)/\hat{Y}(t); \quad t = 1962, \dots, 1971 \text{ г.} \qquad (3.1)$$

Для контроля индекс цен вычисляется также отдельно по капиталовложениям $\hat{p}'(t) = \hat{J}_p(t)/\hat{J}(t)$.

*) Строго говоря, величину $\hat{Y}(t)$ следует сопоставлять с величиной $\int_{t-1}^{t} Y(s)dS$, так как $Y(t)$, по определению, – выпуск продукции в единицу времени, а $Y(t)$ – выпуск за год. Однако пробные расчеты показали, что такое уточнение практически не отражается на численных результатах идентификации. Аналогичное замечание относится также к величинам $\hat{J}$ и $\hat{E}$.

Оказалось, что величины $\hat{p}$ и $\hat{p}'$ практически совпадают. Этот факт оправдывает использование величины $\hat{p}$ как аналога цены p в уравнениях (1.1)–(1.12).

2. В модели фигурируют величины валовых капиталовложений в неизменных ценах I. Отчетные данные дают в неизменных ценах только чистые капиталовложения. Однако если предположить, что все амортизационные отчисления вкладываются в производство, то валовые капиталовложения можно вычислить по формуле

$$\hat{I} = (J_p + \hat{A})/\hat{p} = \hat{J} + \hat{A}/\hat{p}. \qquad (3.2)$$

Исходные данные, преобразованные в нужный вид*), приведены ниже.

Таблица 1.

t (годы)	$\hat{Y}$ млрд. франков	$\hat{I}$ млрд. франков	$\hat{p}$	$\hat{E}$ млрд. франков	$\hat{R}$ млн. чел.
1962	346.743	92.717	0.949	17.509	18.890
1963	368.533	99.045	1.000	18.694	19.273
1964	394.370	106.20	1.037	21.495	19.590
1965	413.472	113.28	1.061	22.356	19.645
1966	438.062	122.63	1.090	21.079	19.675
1967	460.227	130.49	1.111	26.443	19.979
1968	482.795	138.23	1.116	18.456	19.877
1969	520.950	152.63	1.235	25.755	20.331
1970	552.152	165.21	1.298	24.128	20.632
1971	580.857	178.54	1.327	28.643	20.761

Способ оценки расхождения расчетных и отчетных показателей в рассматриваемом случае не имеет принципиального значения, поскольку целью работы было не количественный прогноз развития французской экономики, а оценка типичных параметров модели**). Всюду ниже для оценки погрешнос-

*) Заметим, что данные, приведенные здесь, отчетливо указывают на какое-то качественное изменение, происшедшее либо в экономике Франции, либо в методике вычисления показателей в 1968 г. и выразившееся в увеличении темпа роста выпуска, сокращений занятости и резком уменьшении эмиссии.

**) Теоретико-вероятностные аргументы в пользу того или иного критерия согласия не имеют в данном случае отношения к делу, поскольку при построении модели (1.1) – (1.12) нигде не использовалась гипотеза о стохастическом характере социально-экономических процессов [2].

…и модели использовалась величина

$$\max_t |F(t) - \hat F(t)|/\hat F(t), \qquad (3.3)$$

где $F(t)$ – значение показателя, вычисленное по модели, а $\hat F(t)$ – значение соответствующего показателя в году t из табл. 1.

4. Модификация модели

При оценке возможности идентификации модели (1.1 – 1.12) на современных статистических данных надо учесть следующее обстоятельство: модель предназначена для описания классического капитализма, а отчетные данные относятся к монополистическому капитализму в условиях научно-технической революции и интенсивного государственного регулирования экономики. В этих условиях некоторые из предположений, сделанных при построении модели (1.1)–(1.12), заведомо не выполняются. Указанное обстоятельство, а также отсутствие данных о некоторых существенно важных для модели величинах (например, о ставке заработной платы) вынудило нас отказаться от идентификации системы (1.1)–(1.12) в полном объеме. Заведомо не выполняющиеся соотношения были отброшены, а часть статистических данных использовалась как экзогенные переменные модели. Конкретно в уравнения (1.1)–(1.12) были внесены следующие изменения.

1. Система денежного обращения современного капитализма в отличие от классического не основана на "золотом стандарте", механизм которого выражен соотношением (1.10). Неадекватность соотношения (1.10) видна также из табл. 1. Поэтому уравнения (1.9) и (1.10) были заменены на

$$\theta \frac{d\Phi}{dt} = \hat{\tilde E}(t). \qquad (4.1)$$

В промежутках между значениями времени t 1962, 1963,...,1971 величина $\tilde E(t)$ в (4.1) полагалась кусочно-постоянной*).

*) Пробные расчеты показали, что результат идентификации практически не зависит от способа интерполяции $\tilde E$ величины $\hat E$, если только

$$\int^t \tilde E(\tau)\,d\tau = \hat E(t) \quad \text{при} \quad t = 1962, 1963, \dots, 1971.$$

2. Потребление собственников Φ^0 в (1.8) не учитывалось в силу полного отсутствия агрегированных статистических данных относительно этой величины.

3. При рассмотрении современного капитализма, вообще говоря, надо учитывать механизмы государственного регулирования, например, по схеме, предложенной в [3]. При этом возникают дополнительные слагаемые, описывающие налогообложение фирм в уравнении (1.2) и дополнительные члены в уравнении (1.8), описывающие государственные расходы. Отсутствие статистических данных об указанных величинах вынудило нас отказаться от их учета и использовать (1.8) в виде

$$\Phi = sR + pI. \qquad (4.2)$$

Это упрощение, по-видимому, сильно сказалось на качестве модели.

4. В современных развитых странах, если не юридически, то фактически, действует система "скользящей шкалы ставки заработной платы", которая приводит к росту номинальной ставки заработной платы даже при значительном уровне безработицы. Этот факт противоречит уравнению (1.11). С другой стороны, использованные источники не содержали сведений о величине s. Поэтому для s использовалась оценка, полученная следующим способом: из табл. 1 видно, что цена p изменяется слабо, и в силу (1.7) это означает, что $\Phi \approx pY \approx \hat p \hat Y$. Тогда из (4.2)

$$s \approx \hat s = (\hat p \hat Y - \hat p \hat I)/\hat R. \qquad (4.3)$$

Вычисленная из (4.3) величина $\hat s$ использовалась как экзогенная переменная в уравнениях (1.2), (1.4), (4.2). Значения $\hat s$ приведены ниже. В промежутках между значениями времени t = 1962, 1963,...,1971 функция $\hat s(t)$ линейно интерполировалась.

t	1962	1963	1964	1965	1966	1967	1968	1969	1970	1971
$\hat s$	12.76	13.98	15.22	16.21	17.48	18.34	19.35	22.37	24.34	25.72

Использование (4.3) заменяет уравнение (1.11) и делает ненужным (1.12).

5. В современных условиях нельзя пренебрегать научно-техническим прогрессом производства. Этот факт полностью подтверждается пробными расчетами. Поэтому к системе (1.1) – (1.7), (4.1) – (4.3) было добавлено опи-

ние научно-технического прогресса по схеме 3]:

$$\frac{d\nu}{dt} = -\varepsilon \nu I / bM, \qquad (4.5)$$

где ν и ε – параметры функции f в (1.5), ε = const. Ниже для сравнения приведены результаты расчетов без учета научно-технического прогресса ($\frac{d\nu}{dt} = 0$) и с учетом (с использованием (4.5)).

5. Результаты расчетов

Система (1.1) – (1.7), (4.1) – (4.3) содержит следующие параметры: начальные значения для M, p, Q, Φ, ν и постоянные b, μ, α, θ, ε. Эти десять величин подбирались из условия минимума максимальной из относительных ошибок (3.3) для величин Y, I, p, R и средней производительности труда $\lambda = Y/R$ (строгая оптимизация не проводилась).

Результаты расчетов для наилучшего из найденных соотношений параметров при условии, что фактор научно-технического прогресса не учитывается ($\frac{d\nu}{dt} = 0$), представлены на рис. 1 – 3. Видно, что хотя расчетная траектория выпусков (рис. 1) занижена (примерно на 10%), кривая занятости (рис. 2) завышена (до 16%) относительно статистических данных. В результате ход кривой производительности труда λ (рис. 3) отражается моделью совершенно неудовлетворительно. Добавление в систему уравнения (4.5) значительно улучшило соответствие статистических и расчетных кривых (рис. 4–8). Хотя максимальная ошибка по всем показателям составляет ~20%, в целом расчетные кривых качественно верно отражают статистические временные ряды. Дальнейшее существенное улучшение полученных результатов вряд ли возможно, поскольку уменьшение ошибки по занятости вызовет увеличение ошибки по производительнлсти труда.

Здесь приведены значения параметров, соответствующие траектории модели на рис. 4–8.

Таблица 2

Начальные значения	Постоянные
M = 346.74	
p = 0.949	
Q = 0	
Φ = 320.00	
ν = 0.06	

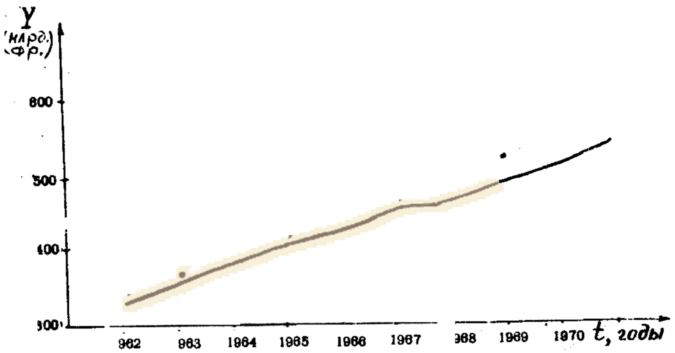

Рис. 1

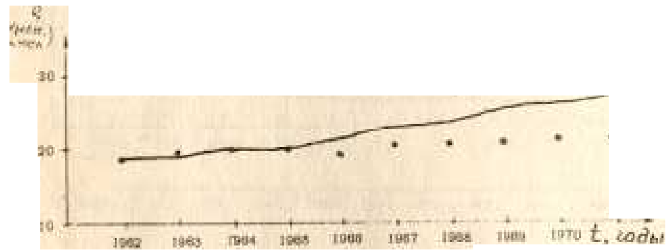

Рис. 2

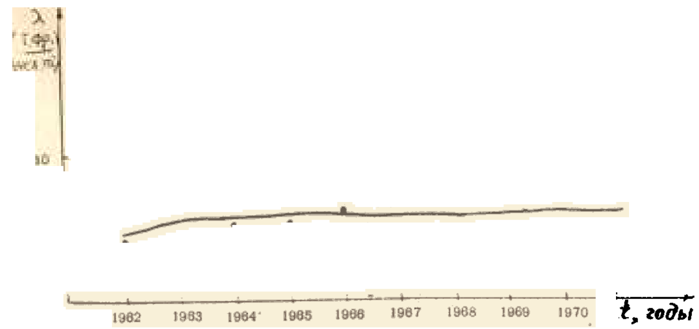

Рис. 3

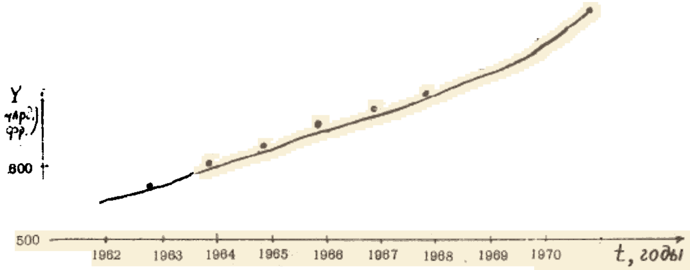

Рис. 4

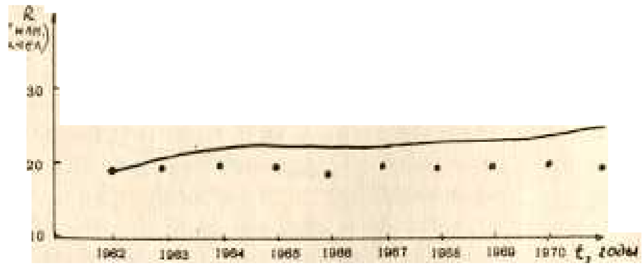

Рис. 5

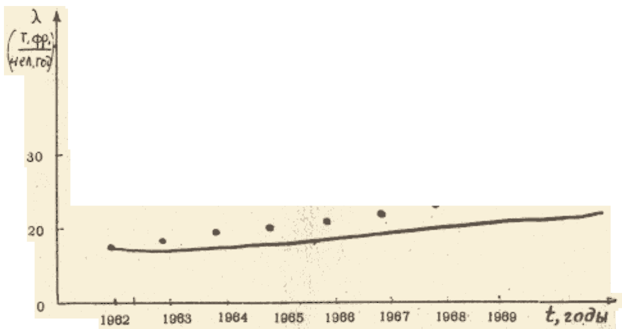

Рис. 6

Из табл. 2 видно, что найденные значения b, μ, θ, соответствуют общепринятым эконометрическим оценкам коэффициента приростной фондоемкости, коэффициента выбытия фондов и периода обращения денег соответственно. Малость величины ε находится в согласии с требованиями принятой модели научно-технического прогресса [3].

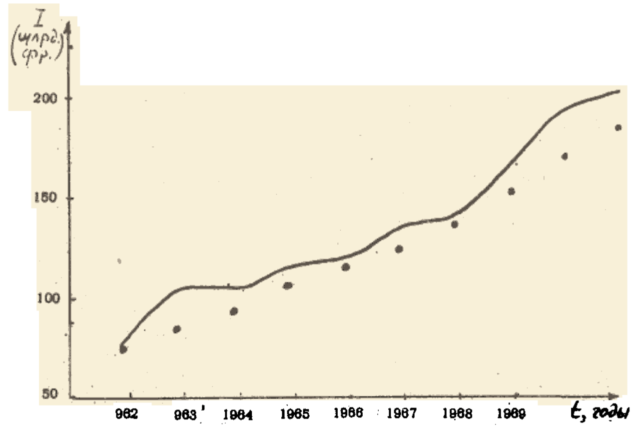

Рис. 7

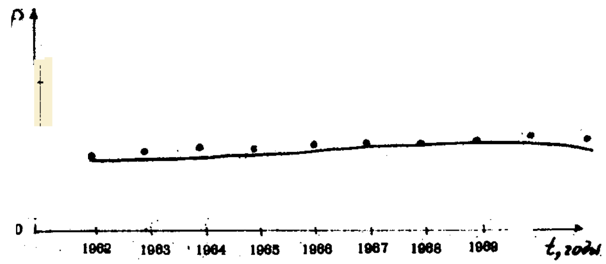

Рис. 8

Существенно важной для дальнейшего исследования модели является оценка численного значения величины α. Эта величина определяет постоянную времени $\tau = 1/\sqrt{\alpha}$ в уравнениях (1.6) – (1.7). Так как полученное значение $\tau \approx 0.1$ на порядок меньше значения постоянной времени в уравнении (1.1), то для исследования системы (1.1) – (1.12) можно применять методы разделения "быстрых" (уравнения (1.7), (1.8) и "медленных" (уравнения (1.1), (1.9)) движений. Этот факт уже был использован в [4].

В заключение автор приносит благодарность Н.Е.Ефименко за помощь в подборе статистических данных и доктору физ.-матем.наук А.А.Петрову за постоянное внимание к работе.

Литература

1. Петров А.А., Поспелов И.Г. Системный анализ развивающейся экономики: к теории производственных функций, I. Техническая кибернетика, 1979, № 2.

2. Петров А.А., Поспелов И.Г. Системный анализ развивающейся экономики: системный подход и односекторная модель, II. Техническая кибернитика, 1979, № 3.

3. Петров А.А. Поспелов И.Г. Системный анализ развивающейся экономики: учет научно- технического прогресса, IV. Техническая кибернетика, 1979, № 5.

4. Бузин А.Ю. Сравнение некоторых макроэкономических моделей равновесия. В сб.: "Модели и алгоритмы программного метода планирования сложных систем". (данный сборник).

5. Маршаль Ж. Новые элементы системы национальных счетов. М., Изд-во "Наука", 1967.

6. Столерю Л. Экономическое равновесие и рост. М., Изд-во "Статистика", 1974.

7. Annuaire statistique de la France 1961–1967.

8. Les comptes de la nation 1962–1971.

Содержание