СИСТЕМНЫЙ АНАЛИЗ РАЗВИВАЮЩЕЙСЯ ЭКОНОМИКИ: СИСТЕМНЫЙ ПОДХОД И ОДНОСЕКТОРНАЯ МОДЕЛЬ. II

А. А. ПЕТРОВ, И. Г. ПОСПЕЛОВ

(Москва)

1. О системном анализе развивающейся экономической системы. Прежде чем излагать системный подход к моделированию экономической системы, кратко рассмотрим существующие подходы. И у нас в стране, и за рубежом интенсивно развиваются математические методы моделирования экономики. В СССР экономико-математические модели базируются на принципе народнохозяйственного оптимума. За рубежом основой экономико-математических моделей являются микро- и макроэкономические теории рыночной экономики. Можно дать следующую классификацию всего многообразия моделей.

1. Макромодели экономического роста, одно- или многосекторные, содержат более или менее детальное описание производственно-технологических возможностей и связей в хозяйстве и их изменений во времени. Однако непроизводственная сфера экономики и регулирующие хозяйство экономические механизмы сильно схематизированы в этих моделях. Как правило, считаются заданными потребности общества в конечном продукте — в одних случаях в явном виде, в других — через функцию общественных предпочтений потребления (критерий оптимальности). Модели роста дают возможность построить технологически допустимый план функционирования и развития хозяйства, который наилучшим образом обеспечивает удовлетворение общественных потребностей. При этом предполагается, что экономические механизмы таковы, что автоматически обеспечивают реализацию полученного плана. Такого рода модели широко распространены и у нас в стране, и за рубежом.

2. Микромодели равновесия содержат описание производственно-технологических возможностей хозяйства, описание непроизводственной сферы потребления произведенных продуктов и описание механизмов, регулирующих обмены и распределение произведенной продукции. В западной литературе эти механизмы интерпретируются как рыночные механизмы в условиях свободной конкуренции, в отечественной — как механизмы товарообмена в централизованном социалистическом хозяйстве. Показано, что в принципе такие механизмы могут обеспечить равновесное состояние хозяйства, исследованы свойства равновесий. Однако в моделях равновесия отсутствует описание развития хозяйства и механизмов, определяющих развитие.

3. Макромодели равновесия рассматривают равновесие не отдельных рынков продуктов (как микромодели), а равновесие хозяйства в целом. Такого рода модели развиваются за рубежом и, естественно, они содержат описание капиталистической экономики. Это так называемые классические, или кейнсианские, или монетаристские модели. Рассматриваются механизмы разделения национального дохода, с одной стороны, на потреб-ление и сбережения, а с другой стороны, на потребление и инвестиции, и устанавливается факт существования равновесия при разных уровнях занятости. Динамику развития хозяйства макромодели равновесия отразить не могут, так как не содержат описания процесса расширения производства и регулирующих его экономических механизмов.

К этому же классу моделей можно отнести и модели циклов, в которых рассматриваются колебания распределения национального дохода и связанные с ними колебания самого дохода около положения равновесия. Процессы расширения производства не учтены и здесь.

4. В так называемых моделях глобальной динамики делается попытка изобразить процесс расширения производства, взаимодействие этого процесса с процессами в непроизводственной сфере: изменением потребления и уровня жизни, рождаемостью и смертностью населения и влияние его на окружающую среду. Эти взаимодействия и определяют механизмы регулирования хозяйства. Однако в моделях глобальной динамики недостаточно четко разделены чисто технологические и экономические процессы, не выделены собственно механизмы регулирования, поэтому очень многие связи в моделях не поддаются удовлетворительной интерпретации.

Все упомянутые модели подробно изложены в работах [1–4]. Анализ их убеждает, что эти модели либо отражают некоторый фрагмент экономической системы, либо отражают ее в целом, но смазывают существенные детали. Поэтому они не в состоянии воспроизвести многие качественные особенности развития экономической системы.

Задача состоит в том, чтобы построить математическую модель (точнее, это будет комплекс моделей), которая четко отражала бы процессы воспроизводства и непроизводственные процессы, а также экономические механизмы регулирования этих процессов, свойственные данной конкретной экономической системе.

Такая постановка задачи содержится в [5]. В [6] подобный подход использовался при моделировании развития планового хозяйства, а в [7] развиваются модели глобальной динамики.

Теперь кратко изложим общий подход к построению модели развивающейся экономической системы. В модели естественно выделяются три уровня описаний. Первый уровень содержит описания производственных и непроизводственных процессов, протекающих в системе. К первым относятся процессы выпуска продуктов и услуг, процессы использования, исчерпания и восстановления природных ресурсов. В непроизводственной сфере протекают процессы потребления произведенных продуктов и услуг и формирования трудовых ресурсов, демографические процессы, процессы социальной мобильности, научно-технического прогресса. Описания первого уровня задают изменение во времени переменных, характеризующих состояния процессов, если заданы управляющие параметры как функции времени. Перечисленные процессы протекают в экономических системах разного типа, и структура первого уровня описания мало изменяется при переходе от одной системы к другой, хотя описание социальных процессов, по-видимому, может изменяться.

Второй уровень содержит описания экономических механизмов регулирования процессов первого уровня. Экономические механизмы отражают производственные отношения, свойственные каждому типу экономической системы. В первую очередь, экономические механизмы регулируют производственные процессы, в том числе процессы обмена разными продуктами в процессе производства, и процессы распределения и потребления произведенной продукции. Экономические механизмы проявляются как результаты действий большого числа людей, управляющих производственными и непроизводственными процессами. Люди действуют в соответствии с собственными интересами в рамках законодательных и неформальных норм и правил, установленных в каждой экономической системе.

матически без внешнего вмешательства. Описания второго уровня задают управляющие параметры процессов первого уровня как функции состояний процессов и некоторых других параметров, которые определяются на третьем уровне описаний. Если зафиксировать эти параметры, то описания первого и второго уровней образуют замкнутую систему, которая дает возможность определить состояния всех процессов (т. е. состояние экономической системы) в любой момент времени по заданному начальному состоянию. Структура второго уровня описаний существенно зависит от типа рассматриваемой экономической системы и изменяется при переходе от одной системы к другой.

Третий уровень содержит описания способов воздействия государства на экономические механизмы. Эти воздействия отражают решения основных политических и государственных органов, выражающих интересы организованных социальных групп рассматриваемого общества. Способы воздействия определяются не только типом рассматриваемой системы, но и структурой государственного устройства. В общем, воздействия на экономические механизмы со стороны социалистического государства многообразнее и непосредственнее, чем воздействия капиталистического государства. Описания третьего уровня задают параметры экономических механизмов — «экономические рычаги» — либо как функции времени, либо как функции состояний системы. Эти функции определяются интересами организованных социальных групп и ресурсам, которыми они располагают, чтобы реализовать в том или ином виде параметры экономических механизмов.

2. Односекторная модель экономической системы классического рыночного типа. Проще всего проиллюстрировать изложенный общий подход на примере моделирования экономической системы классического капиталистического типа. В такой системе управление производством осуществляется множеством мелких фирм, каждая из которых не имеет силы влиять на цены и другие экономические управляющие параметры рыночной системы. Следовательно, фирмы не имеют возможности долгосрочного планирования и каждая из них просто стремится максимизировать свою текущую прибыль при данной рыночной конъюнктуре. Государственное влияние на такую экономику мало. Поэтому можно вообще опустить третий уровень описаний.

В капиталистическом хозяйстве, основанном на частной собственности, все продукты и ресурсы обмениваются и распределяются путем купли-продажи. Поэтому ресурсы и продукты являются товарами, а механизмы распределения — рынками. Далее будут рассмотрены рынки различных товаров. На каждый рынок поступает однородный продукт, который всеми покупается и продается по единой цене. Цена товара на рынке определяется соотношением спроса и предложения товара.

Социальную структуру рассматриваемой системы образуют две социальные группы: трудящиеся и собственники. Трудящиеся получают доход в виде заработной платы и целиком тратят его на потребление. Собственники получают доход в виде процента на капитал, частью тратят его на потребление, а частью сберегают.

По ходу изложения далее будут сделаны еще многие упрощающие предположения. Они дадут возможность лучше понять главные качественные особенности экономических механизмов регулирования рыночного хозяйства.

Начнем с первого уровня описаний. Будем считать, что все производство сагрегировано в одну отрасль (сектор), в которой множество производственных единиц выпускают однородный продукт — национальный доход. Производственные единицы для выпуска продукта используют единственный вид ресурса — трудовые ресурсы [1], которые считаются однородными. Производственные единицы отличаются друг от друга технологическими характерстиками; для простоты полагаем, что у разных производственных единиц различны только мощность (максимально возможный выпуск в единицу времени) и норма затрат живого труда на единицу выпускаемого продукта λ. Тогда технологическая структура хозяйства задается функцией распределения $h(t, \lambda)$ долей суммарной мощности хозяйства $M(t)$ по разным технологиям λ в момент времени t. Функция $h(t, \lambda)$ определена при $\lambda \geqslant \nu(t)$, где $\nu(t)$ — наилучшая из разработанных и используемых в хозяйстве технологий.

Для простоты рассмотрим хозяйство постоянной структуры, т. е. не будем принимать во внимание появление новых технологий вследствие научно-технического прогресса (это означает, что $\nu = \mathrm{const}$), и положим, что функция $h(t, \lambda)$ не зависит явно от времени. В [8] показано, что в таком случае $h(t, \lambda) = \psi(\lambda)$ — заданной функции распределения долей вновь создаваемой в единицу времени суммарной мощности $I(t)$ по технологиям и что микроописание структуры хозяйства $\psi(\lambda)$ дает возможность построить макроописание с помощью производственной функции, которая связывает выпуск продукта в единицу времени $Y(t)$ с мощностью хозяйства $M(t)$ и количеством используемых трудовых ресурсов $R(t)$. Производственная функция имеет вид

$$Y(t) = M(t) f(x), \quad x(t) = R(t)/M(t). \tag{2.1}$$

Функция $f(x)$ связана с распределением $\psi(\lambda)$ соотношением

$$f(x) = \int_{\nu}^{\xi(x)} \psi(\lambda)\, d\lambda, \tag{2.2}$$

в котором верхний предел $\xi(x)$ определен как решение уравнения

$$x = \int_{\nu}^{\xi} \lambda \psi(\lambda)\, d\lambda, \quad x \leqslant x^* = \int_{\nu}^{\infty} \lambda \psi(\lambda)\, d\lambda. \tag{2.3}$$

Функция $f(x)$ обладает следующими свойствами:

$$f(0) = 0, \quad f(x^*) = 1, \tag{2.4}$$

$$f'(x) = 1/\xi \ \text{при} \ 0 \leqslant x < x^*, \tag{2.5}$$

$$f''(x) < 0 \ \text{при} \ 0 < x < x^*. \tag{2.6}$$

В [8] также показано, что изменение мощности хозяйства со временем подчиняется уравнению

$$dM/dt = I(t) - \mu M(t), \tag{2.7}$$

где μ — темп выбытия мощностей вследствие износа.

Соотношения (2.1)–(2.7) образуют описание процессов производства и расширения производства.

В непроизводственной сфере сосредоточим внимание на потреблении произведенного продукта и формировании предложения трудовых ресурсов производству. Фактически, мы полагаем, что природные условия не влияют на условия жизни. Кроме того, будем считать, что социальная структура общества не меняется, так что можно не учитывать процессов социальной мобильности. Наконец, вместо того, чтобы моделировать демографические процессы, будем полагать численность населения $P(t)$ и численность трудоспособного населения $P^A(t)$ заданными функциями времени. Численностью собственников будем пренебрегать по сравнению с численностью трудящихся и приближенно считать, что $P(t)$ — численность социальной группы трудящихся, а $P^A(t)$ - численность трудоспособных в

[1] Фактически предполагается, что природные ресурсы не ограничивают

Произведенный в единицу времени продукт $Y(t)$ частью используется для потребления трудящихся и собственников, частью — на увеличение мощности хозяйства. Потребление собственников рассмотрим ниже. Потребление трудящихся при ранее сделанных предположениях определяется их совокупным доходом sR и ценой продукта p. Уровень материального потребления в социальной группе трудящихся определим как потребление на душу населения в единицу времени: $\omega = sR/pP$. Будем считать, что предложение трудовых ресурсов $\tilde{R}$ хозяйству социальной группой трудящихся зависит от численности трудоспособных и уровня материального потребления:

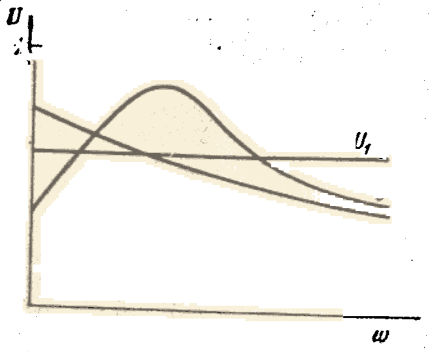


Рис. 1

$$\tilde{R} = P^{A} U(\omega). \tag{2.8}$$

Вид функции $U(\omega)$ показан на рис. 1. Для анализа важно лишь, чтобы $0 < U(\omega) \leqslant 1$ при $\omega \in [0, \infty)$, в остальном функция $U(\omega)$ может достаточно широко варьироваться. Можно было бы привести достаточно соображений в пользу функции, вид которой показан на рис. 1, но вместо этого мы сошлемся на литературу [1].

Соотношения (2.1) — (2.8) образуют первый уровень описаний. Теперь приступим ко второму уровню описаний.

Фирмы, управляющие производством, решают два вопроса: какое количество трудовых ресурсов нанимать (следовательно, какое количество продукта выпускать) при заданной мощности и как расширять производство? Решая эти задачи управления, фирмы руководствуются стремлением максимизировать текущую прибыль. Поэтому при заданной мощности будут работать только рентабельные производственные единицы. В [8] показано, что в этих условиях спрос хозяйства на трудовые ресурсы $\hat{R}$ находится из соотношений

$$\hat{x} = 0, \text{ если } p/s < \nu, \quad f'(\hat{x}) = s/p, \text{ если } \nu \leqslant p/s, \qquad df/dx, \quad \hat{x} = \hat{R}/M. \tag{2.9}$$

Чтобы расширить производство, фирмы должны купить определенное количество фондообразующего продукта

$$X^I = bI \tag{2.10}$$

на рынке. В выражении (2.10) b — норма приростной фондоемкости, которая считается для простоты одной и той же для всех производственных единиц. Величина X^I определяется количеством денежных средств Φ^I, которые фирмы выделяют на расширение производства (инвестициями), и ценой продукта:

$$X^I = \Phi^I/p.$$

Следовательно, из (2.10) определяется величина вновь создаваемых мощностей

$$I = \Phi^I/bp \tag{2.11}$$

через цену p и инвестиции Φ^I.

Можно считать, что средства на расширение производства Φ^I фирмы получают в виде краткосрочного кредита на срок τ под процент r. Краткосрочность кредита означает, что $\tau \ll b$ — характерного времени изменения мощности. Поэтому, определяя спрос на кредит, фирмы исходят из своих текущих доходов pY и текущей нормы процента r. Максимизируя при-

чить максимальный кредит. Поэтому спрос фирм на кредит

$$\hat{\Phi}^k = pY/(1+r). \tag{2.12}$$

Поскольку на рынке платежеспособный спрос всегда удовлетворяется, то $\hat{\Phi}^k = \Phi^k$ фактически полученному кредиту. Полученный кредит расходуется на оплату нанятых рабочих и на расширение производства. Поэтому

$$\Phi^k = sR + \Phi^I. \tag{2.13}$$

Выражения (2.1), (2.7), (2.9), (2.11) — (2.13) определяют спрос хозяйства на трудовые ресурсы (следовательно, занятость) $R(t)$, выпуск продукта $Y(t)$, прирост мощностей $I(t)$ и, следовательно, саму мощность хозяйства $M(t)$ в зависимости от ставки заработной платы s, цены продукта p и нормы процента r — управляющих параметров рыночного хозяйства [1]. Чтобы определить их, надо рассмотреть рынок трудовых ресурсов, рынок продукта и рынок капитала.

На рынке трудовых ресурсов возможны две ситуации.

1. Спрос на трудовые ресурсы не превосходит их предложение: $\hat{R}(t) \leqslant \tilde{R}(t)$. В этом случае ставка заработной платы остается постоянной, $s = \mathrm{const}$, и фактическая занятость равна спросу: $x = \hat{x}$, $x \leqslant \tilde{x} = \tilde{R}/M$. Заметим, что в силу свойства (2.6) производственной функции $f'(x) \geqslant f'(\tilde{x})$ и в силу (2.9) $s \geqslant f'(\tilde{x})p$. Таким образом,

$$ds/dt = 0, \text{ если } s \geqslant f'(\tilde{x})p. \tag{2.14}$$

2. Спрос на трудовые ресурсы превосходит их предложение: $\hat{R}(t) > \tilde{R}(t)$. В этом случае за малый промежуток времени Δ ставка заработной платы возрастает, пока спрос не сравнивается с предложением: $\hat{R} = \tilde{R} = R$. Величина Δ мала в том смысле, что можно считать $\tilde{x}(t+\Delta) \simeq \tilde{x}(t)$ и $p(t+\Delta) \simeq p(t)$. Таким образом,

$$s(t+\Delta) = f'(\tilde{x}(t))\, p(t).$$

Положим $s(t+\Delta) = s(t) + \Delta\, ds/dt$, учтем (2.14) и получим уравнение для изменения ставки заработной платы:

$$ds/dt = (1/\Delta) \max\{0,\ pf'(\tilde{x}) - s\}. \tag{2.15}$$

На рынке продукта в качестве продавцов выступают фирмы, а в качестве покупателей — фирмы — инвесторы и потребители: трудящиеся и собственники. Поскольку на рынке платежеспособный спрос полностью удовлетворяется, то покупки фирм, трудящихся и собственников ограничены количеством денежных средств, которые они тратят в единицу времени: Φ^I, $\Phi^R = sR$ и Φ^0, и ценой продукта.

Обозначим через Q запас продукта на рынке, отсчитанный от некоторого нормативного уровня Q_K, который необходим для бесперебойного функционирования рынка. Изменение Q со временем подчиняется очевидному уравнению:

$$dQ/dt = Y - (\Phi^I + \Phi^R + \Phi^0)/p. \tag{2.16}$$

Будем предполагать, что цена продукта изменяется в зависимости от запаса по закону

$$dp/dt = -H(Q), \tag{2.17}$$

где функция $H(Q)$ удовлетворяет условиям:

$$H(Q) \leqslant 0 \text{ при } Q < 0, \quad H(0) = 0, \qquad H(Q) \geqslant 0 \text{ при } Q > 0. \tag{2.18}$$

[1] Заметим, что с небольшими модификациями соотношения (2.1), (2.7), (2.9), (2.11) — (2.13) могут описывать механизмы регулирования производства в товарном хозяйстве социалистического типа. Например, надо заменить предположение о максимизации прибыли предположением о максимизации прибыли при условии полной

При изложении результатов исследования модели будут даны объяснения, почему принята гипотеза (2.17).

Наконец, рассмотрим рынок капитала. Ранее уже говорилось, что собственники часть своего дохода (они получают его в виде процента на капитал) потребляют, а другую часть сберегают. Иначе говоря, часть доходов собственники обращают в наличность, а другую часть — в заемные средства или капитал. Обозначим через C количество платежных средств, обращаемых в наличность в единицу времени. Тогда количество денег в наличности у собственников S подчиняется уравнению

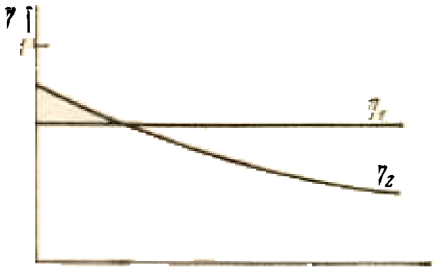


Рис. 2

$$dS/dt=C-\Phi^o. \tag{2.18}$$

Предполагается, что потребительские расходы собственников Φ^o пропорциональны их доходу, который оценивается как pY:

$$\Phi^o=\eta(r)pY. \tag{2.19}$$

Склонность собственников к потреблению $\eta(r)$ зависит от нормы процента r, как показано на рис. 2. Гипотеза (2.19) в общем отражает известные теории [1].

Итак, источником кредита являются доходы собственников, которые они обращают в заемные средства. Для определенности положим, что отсутствует спекулятивный спрос на деньги, т. е. $C=\Phi^o$, и в силу (2.18) $S=\text{const}$. Спрос на кредит предъявляют фирмы. Так как рынок капитала быстро реагирует на изменения спроса и предложения, то естественно считать, что он постоянно находится в равновесии. Это означает, что величина нормы процента устанавливается так, чтобы спрос на капитал был бы равен его предложению

$$\Phi^k=\bar{\Phi}^k=\Phi^k=pY/(1+r). \tag{2.20}$$

Обозначим

$$\Phi=\Phi^I+\Phi^R+\Phi^O \tag{2.21}$$

суммарный поток денежных средств в экономической системе. Тогда из (2.13), (2.20) и (2.21) следует уравнение для определения нормы процента

$$\Phi-\Phi^o=pY/(1+r). \tag{2.22}$$

Чтобы замкнуть описание второго уровня, надо выписать уравнение для изменения со временем потока денежных средств Φ.

Рассмотрим движение платежных средств в системе. Для наглядности предположим, что и фирмы, и собственники имеют счета в единой банковской системе и в финансовых операциях используют безналичные расчеты. Деньги, находящиеся в момент времени t в обращении, могут быть либо в банке (это банковский резерв V), либо на руках собственников, трудящихся и т. д. Изменение банковского резерва происходит вследствие изменения счетов собственников D^o, изменения счетов фирм D^I и потока эмиссии денег E:

$$dV/dt=D^o+D^I+E. \tag{2.23}$$

Легко выписать выражения для D^o и D^I:

$$D^o(t)=[1+r(t-\tau)]\Phi^k(t-\tau)-\Phi^k(t)-\Phi^o(t), \tag{2.24}$$

$$D^I(t)=\Phi^k(t)+\Phi(t-\theta)-$$
$$-[1+r(t-\tau)]\Phi^k(t-\tau)-sR(t)-\Phi^I(t). \tag{2.25}$$

$t-\theta$; постоянная θ характеризует время оборота денежных средств в системе. Будем приближенно полагать, что

$$\Phi(t-\theta)=\Phi(t)-\theta d\Phi/dt.$$

Тогда из (2.21), (2.23)–(2.25) следует, что

$$dV/dt=-\theta d\Phi/dt+E. \tag{2.26}$$

Весь свободный резерв банковская система стремится предоставить в кредит, чтобы извлечь прибыль. Чтобы финансовая система функционировала бесперебойно, банковской системе законодательно вменяется держать некоторый минимальный резерв V_m. Естественно считать, что величина резерва V_m пропорциональна объему финансовых операций, который оценивается величиной $\theta\Phi$, т. е.

$$V_m=k\theta\Phi+\text{const}.$$

Полагая $V\equiv V_m$, получаем уравнение

$$(1+k)\theta d\Phi/dt=E. \tag{2.27}$$

Эмиссия денег в единицу времени E является важным инструментом государственного регулирования рыночной экономики. Это тот самый параметр экономических механизмов, который должен быть описан на третьем уровне. Так как мы условились не вводить третий уровень описаний, то просто положим, что эмиссия денег пропорциональна выпущенному продукту:

$$E=k_1Y.$$

Эту гипотезу можно интерпретировать как требование обеспечения денег золотом (k_1 — доля добытого золота в национальном продукте). Тогда

$$d\Phi/dt=\pi Y,\quad \pi=k_1/(1+k)\theta. \tag{2.28}$$

Система уравнений $\mathscr{M}$: (2.1), (2.2), (2.7)–(2.9), (2.11)–(2.13), (2.15)–(2.17), (2.19), (2.21)–(2.23), (2.28) замкнута и позволяет определить состояние экономической системы, если задано ее начальное состояние:

$$M(t_0)=M_0,\quad Q(t_0)=Q_0,\quad \Phi(t_0)=\Phi_0,\quad p(t_0)=p_0,\quad s(t_0)=s_0.$$

3. Результаты исследования модели. Обозначим $\eta_0=\eta(r_0)$, где $r_0>0$ — решение уравнения

$$\eta(r)=\frac{7}{1}/(1+r).$$

В силу свойств функции $\eta(r)$ такое решение r_0 существует. Далее будем полагать выполненным условие

$$1-\mu b-\eta_0>0, \tag{3.1}$$

которое означает, в частности, что система может производить в единицу времени больше, чем необходимо для возмещения выбывшей мощности. Это условие продуктивности модели.

3.1. При любом $s_0>0$ система уравнений $\mathscr{M}$ допускает при $t<t^*$ решение

$$p(t)=p_0,\ \ s(t)=s_0,\ \ Q(t)=0,\ \ r(t)=r_0,\ \ x(t)=x_0, \tag{3.2}$$

$$M(t)=M_0e^{\gamma t},\ \ Y(t)=Y_0e^{\gamma t},\ \ I(t)=I_0e^{\gamma t},\ \ \Phi(t)=\Phi_0e^{\gamma t}, \tag{3.3}$$

где $p_0,\ x_0,\ M_0,\ldots,\gamma$ — положительные постоянные и выполнено условие $R(t)<\bar{R}(t)$.

Нетрудно показать, что величина x_0 находится как решение уравнения а темп роста хозяй

$$\gamma=\pi/p_0=\pi f'(x_0)/s_0. \qquad (3.5)$$

Уравнение (3.4) имеет решение $x_0>0$ в силу условий (2.4)–(2.6). Остальные константы в (3.2), (3.3) выражаются через x_0 и M_0. Можно показать, что при заданной s_0 величину M_0 можно выбрать так, что будет выполнено условие $R(t)<\tilde{R}(t)$ при t, меньших некоторого t^*. Сбалансированный рост при этом устойчив по Ляпунову (в относительных величинах). Из (3.4), (3.5) следует, что темп роста удовлетворяет ограничениям

$$0<\gamma<1/b-\mu, \quad 0<\gamma<\pi/\nu s_0.$$

Первое из них задает технологический предел темпа роста, а второе — предел, который накладывают на темп роста экономические механизмы. Если темп эмиссии денег π слишком мал, то недостаток платежных средств сдерживает рост хозяйства, даже если не достигнут технологический предел. С увеличением π темп роста приближается к технологическому пределу, и дальнейший рост π увеличивает только величину p_0.

Если $\pi=0$, то темп роста $\gamma=0$ и система находится в равновесии. Предположим для простоты, что в положении равновесия $x_0=x^*$ (2.4), так что $f(x^*)=1$ (т. е. $Y_0=M_0$) и $\eta(r)\equiv\eta_0$. Тогда в положении равновесия

$$p_0=s_0x^*/(1-\mu b-\eta_0), \quad \Phi_0=p_0M_0, \quad Q_0=0. \qquad (3.6)$$

Можно показать, что такое положение равновесия асимптотически устойчиво. Заметим, что в силу (3.6) цена p_0 не зависит от Φ_0, а выпуск M_0, наоборот, определяется величиной потока денег Φ_0. Рассмотрим переход из одного положения равновесия в другое в результате изменения денежной массы Φ_0 на $\Delta\Phi\ll\Phi_0$. Можно считать, что в систему извне делают капиталовложения $\Delta\Phi=p_0b\Delta I$. В самом деле, потребление $s_0x^*+\eta_0pM$ выражается через p и M, которые подчиняются дифференциальным уравнениям и скачком изменяться не могут. Система перейдет в новое положение равновесия, в котором $\Phi_0+\Delta\Phi=p_0(M_0+\Delta M)$ в силу (3.6). Воспользовавшись определением Φ_0 в виде (2.21), нетрудно показать, что прирост выпуска

$$\Delta M=b\Delta I/(1-c),$$

где $c=(\eta_0p_0M_0+s_0R_0)/p_0M_0$ — доля потребления в составе национального дохода. Это известное соотношение мультипликатора Кейнса [1].

Если считать величину $\gamma=\pi/p_0$ заданной, то нетрудно усмотреть, что условие (3.4) превращается в «золотое правило» роста Солоу, известное в теории экономического роста [1].

3.2. Будем считать, что количество трудоспособного населения P^A постоянно. Начиная с некоторого $t=T$, будет выполняться условие $R(t)=\tilde{R}(t)$. Приближенно положим $\Delta=0$ и заменим уравнение (2.15) условием $pf'(\tilde{x})=s$. Кроме того, положим $H(Q)=\alpha Q$. Тогда можно показать, что модифицированная система $\mathcal{M}$ допускает решение

$$M=M_0, \quad R=\tilde{R}=R_0, \quad r=r_0, \quad Q=Q_0, \quad x=\tilde{x}=x_0, \qquad (3.7)$$

$$p=p_0(t-T), \quad s=s_0(t-T), \quad \Phi=\Phi_0(t-T), \qquad (3.8)$$

где x_0 — решение уравнения

$$(1-\eta_0)f(x_0)-x_0f'(x_0)-b\mu=0, \qquad (3.9)$$

M_0 — решение уравнения

$$x_0M_0-P^AU(x_0f'(x_0)M_0/P)=0, \qquad (3.10)$$

гаı е константы выражаются через x_0 и M_0. (

Если решение (3.2), (3.3) естественно назвать режимом экспоненциального роста системы, то решение (3.7), (3.8) естественно назвать инфляционным режимом.

3.3. На рис. 3, 4 показаны типичные кривые развития экономической системы при условии, что $P^A=\text{const}$. Видно, как система после начального переходного режима переходит в режим сбалансированного роста, а затем через новый переходный режим попадает в инфляционный режим. Численные эксперименты показали, что такая картина устойчиво повторяется в широком диапазоне начальных состояний системы.

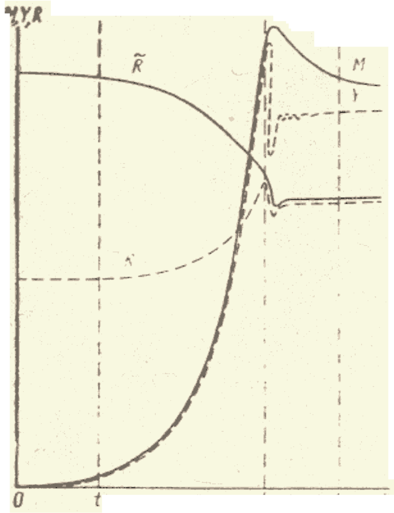
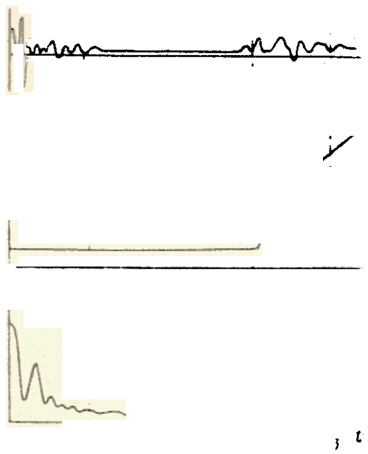


Рис.



Рис

Важно было исследовать вопрос, насколько эта картина устойчива относительно сделанных гипотез. Особенно это касается вида правых час соотношений (2.8), (2.17), и (2.19).

Численные эксперименты проводились при следующих функциях $U(\omega)$:

$$U_1(\omega)=\text{const}, \quad U_2(\omega)=\frac{}{1+\omega/\overline{\omega}}, \quad U_3(\omega)=\frac{\omega/\overline{\omega}}{1+(\omega/\overline{\omega})^2}\quad u_0,$$

где $\overline{\omega}$ — нормировочная константа. При изменении вида функции $U(\omega)$ характер кривых не изменяется. Кривые на рис. 3, 4 соответствуют $U=U_2$.

В экономической литературе часто вместо гипотезы, которая приводит к уравнению (2.17), используется либо предположение, что рынок продукта находится в равновесии, либо предположение, что цена изменяется в зависимости от величины разности спроса и предложения, т. е. в зависимости от производной dQ/dt. В численных экспериментах испытывались и эти предположения. И то, и другое оказалось неудовлетворительным: траектории системы имели сильно колебательный характер, в частности, сильно колебались цены, принимая даже отрицательные значения. С другой стороны, изменение вида функции $H(Q)$ в уравнении (2.17) качественно не меняет вида траекторий развития системы. Испытывались три функции:

$$H_1(Q)=\alpha Q, \quad H_2(Q)=\alpha pQ, \quad H_3(Q)=\begin{cases}\alpha Q+Q_0, & Q<-Q_0,\\ 0, & -Q_0\leqslant Q\leqslant Q_0,\\ \alpha Q-Q_0, & Q>Q_0.\end{cases}$$

где $\bar{r}$ — нормировочная константа. Качественный характер картины развития системы не изменяется при переходе от $\eta_1(r)$ и $\eta_2(r)$. Кривые на рис. 3, 4 соответствуют $\eta=\eta_1$.

Производственная функция $f(x)$ испытывалась в двух вариантах [8]

$$\left(\frac{1-\varepsilon}{\nu}x\right)^{1/(1-\varepsilon)}, \quad f_2(x)=\frac{x}{\nu}-\left(\frac{x}{2\nu}\right),$$

которые соответствуют функциям распределения мощностей

$$\psi_1(\lambda)=\frac{1}{\varepsilon\nu}\left(\frac{\nu}{\lambda}\right)^{(1+\varepsilon)/\varepsilon}, \quad \psi_2(\lambda)=\frac{2\nu}{\lambda^3}, \quad \lambda\geqslant\nu.$$

Кривые на рис. 3, 4 соответствуют $f=f_1$. Использование функции f_2 не изменяет качественно траекторий развития, увеличивается только недогрузка мощности $\delta_M=(M-Y)/M$.

Таким образом, можно утверждать, что траектории на рис. 3. 4 отражают структурные особенности модели и слабо зависят от конкретного выбора ее параметров.

13 XI 1978

ЛИТЕРАТУРА

1. *Столерю Л.* Равновесие и экономический рост. М., «Статистика», 1974.
2. *Моришима М.* Равновесие, устойчивость, рост. М., «Наука», 1974.
3. *Forrester J.* World Dynamics. Wright Allen Press. Cambrige. Massachusets, 1972.
4. *Forrester N.* Life-Cycle of Economic Development. Wriglt Allen Press. Cambrige. Massachusets. 1974.
5. *Моисеев Н. Н.* Кибернетическое описание эколого-экономических систем. В сб. Методы системного анализа в проблемах рационального использования ресурсов. Г. 3. М., ВЦ АН СССР, 1977.
6. *Дюкалов А. Н., Иванов Ю. Н., Токарев В. В.* Принципы моделирования на ЭВМ экономического управления. Автоматика и телемеханика, 1973, № 12; 1974, № 1.
7. *Геловани В. А., Егоров В. А. и др.* Решение одной задачи управления для глобальной динамической модели Форрестера. Ин-т прикл. матем. АН СССР. Препринт № 56. 1974.
8. *Петров А. А., Поспелов И. Г.* Системный анализ развивающейся экономики: к теории производственных функций. I. Изв. АН СССР. Техническая кибернетика, 1979, № 2.