

Предисловие

Людам свойственно стремление к лучшему, и если им приходится выбирать из нескольких возможностей, то желание найти среди них оптимальную представляется вполне естественным. Слово “оптимальный” происходит от латинского *Optimus*, что значит наилучший, совершенный. Для того чтобы найти оптимальную из возможностей, приходится решать задачи на отыскание максимума или минимума, т.е. наибольших и наименьших значений каких-то величин. Оба эти понятия — максимум и минимум — объединяются единым термином “экстремум”, означающим по латыни “крайнее”. Поэтому задачи на отыскание максимума или минимума называют экстремальными задачами. Такие задачи весьма распространены в математике, а методы их решения играют важную роль, выходящую за рамки собственно теории экстремальных задач.

Как и другие математические модели, экстремальные задачи являются абстрактным выражением природных закономерностей и общественных потребностей. Многие проблемы естествознания, техники, экономики сводятся к задачам поиска наибольших и наименьших значений некоторых величин. Л.Эйлеру принадлежит даже такое (может быть слишком категоричное) высказывание: “В мире не происходит ничего, в чем бы не был виден смысл какого-нибудь максимума или минимума”.

Исследование задач на экстремум в математике имеет давнюю историю. Задачи отыскания наибольших и наименьших величин были поставлены впервые античной наукой. Древнейшей из известных экстремальных задач является, пожалуй, классическая изопериметрическая задача. Трудно сказать, когда впервые была высказана мысль о наибольшей “вместимости” окружности и сферы среди всех замкнутых кривых одной и той же длины, или поверхностей одной и той же площади.

В рамках математического анализа были созданы классические методы поиска экстремума. Затем появились новые задачи, для которых классические методы оказались уже недостаточными. Это стимулировало развитие новых

методов и привело к созданию самостоятельной математической дисциплины — теории экстремальных задач.

В данной работе рассматриваются задачи поиска экстремума функций конечного числа переменных. В главе I кратко излагаются классические результаты, так как заложенные в них идеи оказались весьма плодотворными и послужили основой для многих современных подходов. Главы 2, 3, 4 посвящены основам математического программирования (соответственно линейного, нелинейного и динамического) — современной теории экстремума в конечномерных пространствах. Такое изложение от простого к более сложному (соответствующее, кстати, его историческому развитию) представляется более удобным для усвоения, нежели формальное дедуктивное построение от общего к частному.

Методы поиска экстремума широко используются в различных проблемах математики и прикладных задачах. Экстремальные задачи составляют очень значительную по объему область применения вычислительной техники. Эти аспекты должны найти свое отражение при преподавании курса, так как позволяют оживить процесс изучения теории экстремальных задач и дать наглядный и полезный материал для занятий по информатике и вычислительной технике.

Для лучшего усвоения учебного материала приводятся решения некоторых задач. Задачи для самостоятельной работы даются в конце каждой главы в рубрике “Задачи и упражнения”. Они подобраны так, чтобы проиллюстрировать применение изложенного материала. Ответы к этим задачам приведены в конце пособия.

Пособие предназначено для студентов математических специальностей и тех, кто решил приобрести знания по теории экстремальных задач.