

**РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК
ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЙ ЦЕНТР**

В.Е.Березкин, Г.К.Каменев, А.В.Лотов

**РЕАЛИЗАЦИЯ МЕТОДА ДОСТИЖИМЫХ
ЦЕЛЕЙ ДЛЯ НЕЛИНЕЙНЫХ МОДЕЛЕЙ В MS
EXCEL**

**Вычислительный центр РАН
МОСКВА**

РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК
ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЙ ЦЕНТР

В.Е.Березкин, Г.К.Каменев, А.В.Лотов

**РЕАЛИЗАЦИЯ МЕТОДА ДОСТИЖИМЫХ
ЦЕЛЕЙ ДЛЯ НЕЛИНЕЙНЫХ МОДЕЛЕЙ В MS
EXCEL**

**ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЙ ЦЕНТР РАН
МОСКВА 1999**

Ответственный редактор
Доктор физ.-матем. наук И.Г.Поспелов

Аннотация

Работа посвящена распространению метода достижимых целей на случай нелинейных математических моделей. Метод достижимых целей предназначен для поддержки поиска предпочтительных эффективных решений в многокритериальных проблемах принятия решений и дает возможность принимать решения на основе графического анализа совокупности достижимых значений критериев выбора решения (так называемого множества достижимых целей). Исследуя сечения множества достижимых целей, пользователь может понять потенциальные возможности выбора решения и объективные замещения между значениями критериев. Это помогает ему выбрать предпочтительную достижимую точку на этом множестве и затем найти решения, которые приводят к реализации выбранной цели.

Реализация метода достижимых целей в задачах с нелинейными моделями является сложной задачей. Это связано прежде всего с тем, что множество достижимых целей для нелинейных моделей является невыпуклым. В рамках предлагаемой работы множество достижимых целей аппроксимируется наборами простых фигур – шаров, кубов и т. д. В работе описывается метод такой аппроксимации и программное обеспечение, реализующее этот метод в среде MS Excel. Работа программного обеспечения иллюстрируется примерами.

Работа выполнена при поддержке грантов РФФИ № 98-01-00323 и № 00-16-96118.

Рецензенты: Ю.А.Флеров,
А.А.Шананин

Научное издание

© Вычислительный центр РАН, 2000.
Св. план 2000, поз. 31

Введение

Данная работа посвящена использованию метода достижимых целей (МДЦ) для анализа нелинейных математических моделей и поддержки принятия решений в тех случаях, когда ситуация описывается такими моделями и несколькими критериями выбора решения. МДЦ – это универсальный метод поиска предпочтительных эффективных решений в многокритериальных проблемах принятия решений. Этот метод, предложенный в 1973 г. [1], дает возможность принимать решения на основе графического анализа совокупности достижимых значений критериев выбора решения (так называемого множества достижимых целей). При этом особенно важное значение имеет графический анализ его эффективной границы, т. е. совокупности неуправляемых сочетаниями значений критериев. Основными шагами метода МДЦ являются:

- построение множества достижимых целей, т.е. тех сочетаний значений критериев, которые могут быть получены при возможных решениях,
- визуальное изучение множества достижимых целей и особенно его эффективной границы (так называемых кривых объективного замещения между различными парами критериев),
- выбор предпочтительной достижимой цели — достижимой комбинации значений критериев,
- автоматический расчет и визуализация решения, которое приведет к выбранной цели.

Математическая формулировка метода достижимых целей имеет следующий вид. Пусть решения x являются элементами пространства решений W (например, конечномерного линейного пространства R^n). Пусть задана совокупность допустимых решений $X \subset W$. Пусть вектор показателей (критериев) y — элемент m -мерного линейного пространства R^m .

Пусть вектор y связан с переменными модели отображением $f: W \rightarrow R^m$. Тогда множество достижимости в критериальном пространстве (множество достижимых целей) определяется так

$$Y = \{y \in R^m: y = f(x), x \in X\}.$$

Предположим, что мы заинтересованы в увеличении значений всех критериев. Это означает, что критериальная точка y' является более предпочтительной, чем критериальная точка y (как принято говорить, y' доминирует y), когда $y' \geq y$ и $y' \neq y$. В этом случае наше внимание следует сосредоточить на недоминируемых точках множества Y , т.е. на множестве недоминируемых (эффективных, неуправляемых, Паретовских) точек, которое определяется как

$$P(Y) = \{y \in Y: \{y' \in Y: y' \geq y, y' \neq y\} = \emptyset\}.$$

Множество $P(Y)$ является частью границы множества Y . Поэтому, изучив сечения множества Y , можно составить представление и о структуре его недоминируемой границы. Если нас интересует только множество недоминируемых точек $P(Y)$, то разумно вместо множества Y рассмотреть множество

$$Y^* = Y + (-R_+^m),$$

где R_+^m — неотрицательный конус пространства R^m . Множество Y^* принято называть оболочкой Эджворта-Парето (ОЭП) множества Y . Кроме точек, принадлежащих множеству Y , множество Y^* содержит также все точки, доминируемые точками множества Y . Заметим, что недоминируемые границы обоих множеств совпадают, т.е.

$$P(Y^*) = P(Y),$$

но доминируемые границы исчезают. Поэтому структура границы ОЭП проще, чем структура самого множества, и о ней

проще составить представление по двумерным сечениям. Заметим, что как только множество Y (или Y^*) построено, его могут независимо исследовать различные заинтересованные лица, получая различные наборы двумерных сечений.

Исследуя сечения множества Y или Y^* , пользователь может понять потенциальные возможности выбора решения и объективные замещения между критериями. Это помогает выбрать предпочтительную достижимую точку на этом множестве (достижимую целевую точку). Как обычно принято при применении методов построения множества недоминируемых точек, пользователю дается полная свобода в выборе на множестве недоминируемых точек. Как только допустимая целевая точка выбрана, становится возможным найти решения, которые приводят к реализации выбранной цели.

Для линейных задач, для которых множества Y и Y^* выпуклы, были разработаны мощные алгоритмы их аппроксимации. Эти методы основаны на комбинации методов свертывания систем линейных неравенств, предложенных Фурье, и оптимизации [2]. При этом осуществляются аппроксимации Y многогранниками, заданными в явном виде решений систем линейных неравенств, а множества Y^* – суммой многогранника и неположительного конуса пространства R^m . Вопрос о реализации метода достижимых целей в задачах с нелинейными моделями является гораздо более сложным. Это связано прежде всего с тем, что множество $f(X)$ для нелинейных моделей является невыпуклым. Основная трудность при аппроксимации множества $f(X)$ в невыпуклом случае состоит в том, что отдельный выпуклый многогранник не может аппроксимировать это множество. Поэтому приходится аппроксимировать множество $f(X)$ наборами простых фигур – шаров, кубов и т. д., для совокупности которых задача построения двумерных сечений так же проста, как и для многогранника, аппроксимирующего выпуклое множество. Методы аппроксимации множества $f(X)$ в невыпуклом случае и программное обеспечение среды MS Excel, реализующее эти методы, рассмотрены в данной работе.

1. Аппроксимация невыпуклых множеств совокупностями простых фигур

Заметим, что методы аппроксимации в нелинейном случае вряд ли разумно основывать на решении задач оптимизации – эти задачи могут оказаться крайне сложными. В связи с этим методы, используемые нами в невыпуклом случае, базируются на идеях вариантных расчетов. Задавая различные варианты точек из множества X , можно получать многомерные отклики в виде точек в пространстве критериев. В отличие от известных методов многокритериального анализа, также основанных на идеях вариантных расчетов (см., например, [3]), используемый нами метод, предложенный в статье [4], направлен не на получение некоторого списка вариантов решения и соответствующих откликов, а на аппроксимацию и графическое представление множества достижимых целей. В этом случае возникают две проблемы: проблема выбора точек из множества X , для которых будут рассчитаны отклики, и проблема визуализации результатов таких расчетов.

В описываемом далее методе на основе глобального зондирования множества X отбираются такие точки в пространстве критериев, которые существенны с точки зрения построения аппроксимации множества $f(X)$. Результатом работы алгоритма является набор небольшого числа точек в пространстве критериев, объединение окрестностей которых дает аппроксимацию $f(X)$ с заданной точностью и полнотой. Изображение же такой системы окрестностей средствами современной компьютерной графики не представляет труда.

Сейчас нам не важно, какую природу имеют множество $X \subset W$ и отображение $f: W \rightarrow R^m$. Потребуем лишь, чтобы множество $f(X)$ было ограниченным. Во многих приложениях на множестве X можно задать конечную меру μ_X , $\mu_X \neq 0$, $\mu_X(X)=1$, и способ получения достаточно большого числа независимых случайных точек из X , согласованных с этой мерой (например, равномерно распределенных на X). Будем также считать, что

отображение f и непрерывные функции от него являются измеримыми. Через $d(z, q)$ обозначим расстояние между точками z и q в \mathbf{R}^m . Через $(Q)_\varepsilon$ обозначим ε -окрестность множества Q , т.е. множество точек, отстоящих от Q на расстояние, меньшее ε .

Рассмотрим один частный случай аппроксимации множества $Y = f(X)$ – покрытие множества Y окрестностями некоторой конечной совокупности точек из этого множества. Обозначим такую совокупность точек через T и назовем ее *базой покрытия*. Под *покрытием* множества Y будем иметь в виду множество $(T)_s$, иными словами совокупность шаров радиуса s с центрами в точках базы покрытия.

Введем понятие полноты $\eta_T(s)$ покрытия $(T)_s$ следующим образом:

$$\eta_T(s) = \mu_X(f^{-1}((T)_s \cap Y)). \quad (1.1)$$

Зависимость $\eta_T(s)$ от радиуса s назовем *функцией полноты покрытия*. Смысл полноты покрытия прост: величина $1 - \eta_T(s)$ есть вероятность ошибки в гипотезе о том, что из $x \in X$ следует $f(x) \in (T)_s$.

Пусть $\varepsilon > 0$, $0 < \eta < 1$. Покрытие $(T)_s$ будем называть (ε, η) -аппроксимацией множества Y , если оно удовлетворяет следующим двум требованиям:

- 1) *заданной точности ε* по отклонению в критериальном пространстве

$$(T)_s \subset (Y)_\varepsilon;$$

- 2) *заданной полноте η* по мере

$$\eta_T(s) \geq \eta.$$

Первое требование означает, что для любой точки $y^* \in (T)_s$ может быть найдено такое допустимое решение $x^* \in X$, что $d(y^*, f(x^*)) < \varepsilon$. Второе требование означает, что в покрытии $(T)_s$ представлена не менее чем η -я доля прообраза. Таким образом, первое требование означает, что множество $(T)_s$ не очень размыто, а второе – что оно не очень бедно по сравнению с $Y = f(X)$.

Пусть теперь для Y имеем некоторую базу покрытия T и известна функция $\eta_T(s)$. Ясно, что множество $(T)_s$ есть $(s, \eta_T(s))$ -аппроксимация $f(X)$. Таким образом, задача построения (ε, η) -аппроксимации $Y = f(X)$ может быть сведена к нахождению такого конечного множества T , что

$$\eta_T(\varepsilon) \geq \eta. \quad (1.2)$$

Сформулированная задача может быть решена точно только в исключительно простых случаях. Прежде всего, точная проверка условия (1.2) для заданных ε и η невозможна в общем случае нелинейных функций $f(x)$. Поэтому построение множества T и проверку качества покрытия приходится проводить эмпирически, на основе генерирования образов случайных точек из X в соответствии с мерой μ_X . Эта эмпирическая проверка позволяет гарантировать выполнение утверждения (1.2) только с определенной надежностью χ , строго меньшей единицы. Таким образом, вместо (1.2) приходится проверять утверждение

$$P \{ \eta_T(\varepsilon) > \eta \} \geq \chi, \quad (1.3)$$

где $0 < \chi < 1$. Далее отметим, что до начала исследования практически невозможно заранее назначить такие величины ε и η , которые обеспечивали бы хорошую аппроксимацию $Y = f(X)$ и в то же время построение (ε, η) -аппроксимации для которых не требовало бы неразумных затрат вычислительных ресурсов. Это связано с тем фактом, что обычно отсутствует информация о форме множества $Y = f(X)$. Для решения этой проблемы в нашем методе предлагается строить и графически представлять пользователю функцию полноты покрытия $\eta_T(s)$ для всех положительных значений радиуса покрытия s . Заметим, что значение функции $\eta_T(s)$ увеличивается с ростом радиуса покрытия s , пока не достигнет своего максимума. В связи с этим текущая связь между радиусом покрытия и полнотой имеет достаточно простой вид. В частности, глядя на эту кривую, пользователь может легко оценить, при каком значении радиуса достигается желаемая полнота и какая полнота соответствует

желаемому радиусу. Это дает возможность принять компромиссное решение о том, когда следует прервать процесс построения базы покрытия и какой радиус покрытия выбрать при визуализации множества. Принимая во внимание тот факт, что задачу построения функции полноты покрытия $\eta_T(s)$ приходится заменять задачей оценки этой функции с заданной надежностью $\chi < 1$ с использованием эмпирических данных, т.е. образов случайных точек из X , приходим к следующей задаче: требуется найти такую функцию $\bar{\eta}(s, \chi)$, что

$$P \{ \eta_T(s) > \bar{\eta}(s, \chi) \} \geq \chi \quad (1.4)$$

для любого $s > 0$. Опишем один из возможных способов построения базы покрытия T и получения оценки $\bar{\eta}(s, \chi)$ функции $\eta_T(s)$ с надежностью $\chi < 1$.

Заметим, что, согласно определению понятия полноты покрытия (1.1), для заданной базы покрытия T имеем

$$\eta_T(s) = P \{ d(f(x), T) < s \},$$

т.е. функция $\eta_T(s)$ есть функция распределения случайной величины, равной расстоянию образа случайной точки из X до базы покрытия T . Поэтому для получения эмпирической оценки $\eta_T(s)$ можно использовать образы некоторого числа N независимых случайных точек $x \in X$. Вопрос состоит в том, как выбрать число точек N , чтобы получить оценку $\eta_T(s)$ с заданной надежностью $\chi < 1$ для всех $s > 0$. Рассмотрим этот вопрос подробнее.

Пусть для оценки функции полноты покрытия используется контрольная выборка $H_N = \{x_1, \dots, x_N\}$ из множества X . Введем обозначение

$$\eta_T^{(N)}(s) = n(s)/N,$$

где $n(s)$ — число таких элементов выборки, для которых выполняется $d(f(x), T) < s$. Тогда $\eta_T^{(N)}(s)$ — выборочная функция

распределения случайной величины, равной расстоянию от образа случайной точки из X до базы покрытия T . Как уже говорилось, распределение этой случайной величины задается функцией $\eta_T(s)$. Поэтому функция $\eta_T^{(N)}(s)$ может быть использована для оценивания $\eta_T(s)$.

Опишем процесс такого оценивания подробнее. Пусть задана некоторая величина $s > 0$. Пусть в соответствии с мерой генерируются точки из множества X . Рассмотрим случайную величину ζ , которая равна единице при $d(f(x), T) < s$ и равна нулю в противном случае. Заметим, что случайная величина ζ является бернуллиевской случайной величиной (см., например, [5]) с вероятностями $p = \eta_T(s)$ и $q = 1 - \eta_T(s)$. Ясно, что $\mathbf{M} \zeta = p$, $\mathbf{D} \zeta = pq$. Поскольку для суммы S конечного числа (скажем, N) независимых реализаций бернуллиевской случайной величины ζ имеем

$$\mathbf{M} S/N = p$$

и

$$\mathbf{D} S/N = \mathbf{M} (S/N - p)^2 = pq/N,$$

то для заданного радиуса покрытия s случайная величина $\eta_T^{(N)}(s)$ имеет математическое ожидание $\eta_T(s)$ и дисперсию

$$(1 - \eta_T(s))\eta_T(s) / N.$$

Легко заметить, что в силу $0 < \eta_T(s) < 1$ дисперсия не больше $1/(4N)$.

Для бернуллиевской случайной величины имеет место экспоненциальное неравенство Чебышева [5]

$$\mathbf{P} \{ S/N - p \geq \Delta \} \leq \exp(-2N\Delta^2),$$

из которого сразу следует оценка

$$\mathbf{P} \{ \eta_T^{(N)}(s) - \eta_T(s) < \Delta \} \geq 1 - \exp(-2N\Delta^2).$$

Эта формула дает надежность вероятностной оценки величины $\eta_T(s)$ для каждого s с точностью Δ . В связи с тем, что нам требуется оценка $\eta_T(s)$ с надежностью χ , положим

$$\chi = 1 - \exp(-2N\Delta^2).$$

Отсюда можно найти зависимость точности Δ от надежности и числа точек в выборке

$$\Delta(\chi, N) = (\ln(1-\chi)^{-1} / (2N))^{1/2}. \quad (1.5)$$

Таким образом, вероятностная оценка функции полноты покрытия приобретает вид

$$P\{\eta_T(s) > \eta_T^{(N)}(s) - \Delta(\chi, N)\} \geq \chi, \quad (1.6)$$

где точность $\Delta(\chi, N)$ задается согласно (1.5). Сравнивая полученное соотношение с формулой (1.4), замечаем, что в качестве оценки функции полноты покрытия $\eta(s, \chi)$ можно взять величину $\eta_T^{(N)}(s) - \Delta(\chi, N)$, где выборочная полнота покрытия $\eta_T^{(N)}(s)$ находится в результате расчетов, а точность $\Delta(\chi, N)$ находится по формуле (1.5). Отметим, что величина точности $\Delta(\chi, N)$ не зависит от радиуса покрытия s .

Теперь можно возвратиться к вопросу о числе точек в выборке N . Соотношение (1.5) позволяет найти N по заданным надежности и точности оценки полноты: достаточное число точек N может быть получено как минимальное целое число, удовлетворяющее

$$N(\Delta, \chi) \geq \ln(1-\chi)^{-1} / (2\Delta^2). \quad (1.7)$$

Ниже приведены оценки объема выборки в зависимости от надежности и точности.

Оценки объема выборки $N(\Delta, \chi)$

$\chi \setminus \Delta$	0.10	0.05	0.01
0.90	116	461	11513
0.95	150	600	14979
0.99	231	922	23026

Теперь мы можем перейти к описанию алгоритма построения покрытия множества $Y = f(X)$, в котором будем

считать, что надежность и точность оценки полноты задаются пользователем. Кроме того, пользователь должен задать предельную (минимальную) величину радиуса покрытия ε , которая еще представляет интерес для пользователя — построение покрытия с меньшими радиусами предполагается избыточным. Эта величина используется для формирования условия окончания работы алгоритма

$$\eta_T^{(N)}(\varepsilon)=1, \quad (1.8)$$

т. е. требуется полное (с точностью до Δ , покрытие множества $Y=f(X)$ шарами радиуса ε с центрами в точках текущей базы покрытия T).

АЛГОРИТМ

- I. Предварительный этап. Пользователь задает желаемые величины надежности χ и точности Δ . По формуле (1.7) рассчитывается объем выборки N . Кроме того, задается предельная величина радиуса ε , генерируется произвольная точка из X ; начальная база покрытия T формируется из образа этой точки.
- II. Основной этап. Итерации алгоритма состоят в следующем:
 - в соответствии с мерой μ_X генерируется N случайных независимых точек из X и рассчитываются их образы;
 - для текущей базы покрытия T рассчитывается эмпирическая функция полноты покрытия $\eta_T^{(N)}(s)$;
 - проверяется условие окончания работы (1.8);
 - если условие окончания выполнено, то текущая база покрытия T порождает $(\varepsilon, 1 - \Delta)$ -аппроксимацию множества $Y=f(X)$ и работа алгоритма завершается; В противном случае текущая база покрытия T пополняется одним или несколькими элементами из совокупности рассчитанных образов, наиболее удаленными от T ;

- пользователь может приостановить процесс и рассмотреть графики $\eta_T^{(N)}(s)$ и $\eta_T^{(N)}(s) - \Delta(\chi, N)$. Он может прервать работу алгоритма аппроксимации и перейти к визуализации уже покрытия при каком-то выбранном им значении s . В противном случае осуществляется переход к следующей итерации.

Можно показать, что при условии ограниченности $f(X)$ и любых $\varepsilon > 0$ и $0 < \chi < 1$, а также при любом η , удовлетворяющем $\eta < 1 - \Delta$, приведенный метод позволяет за конечное число итераций найти базу покрытия, для которой выполняется условие (1.3), т.е. построить (ε, η) -аппроксимацию $f(X)$ с надежностью χ . В то же время весьма важно, что метод позволяет в случае необходимости остановиться на каком-то радиусе покрытия s , большем заданной величины ε , если этот радиус и полнота покрытия при этом радиусе покажутся пользователю достаточными для его целей. Такое свойство метода представляется очень важным, поскольку заранее неизвестно, какие затраты вычислительных ресурсов могут понадобиться для выполнения условия (1.8).

Заметим, что с точки зрения визуализации расстояние между точками в пространстве образов удобно характеризовать метрикой

$$\max \{ \lambda_i |x_i^1 - x_i^2| : i = 1, 2, \dots, m \},$$

где λ_i – некоторые положительные веса. В этом случае шары, использующиеся при аппроксимации $f(x)$, являются параллелепипедами со сторонами, параллельными осям координат, и сечение множества $(T)_s$ может быть быстро рассчитано и отображено средствами компьютерной графики. Пользователь может изучить разнообразные карты решений, построенные на основе наложения сечений покрытия, и выбрать предпочтительную точку на одном из сечений. Далее компьютер быстро находит точку из исходного множества X , близкую по своим критериальным характеристикам к точке, указанной

пользователем. Для этого достаточно указать точку базы, к окрестности которой принадлежит указанная цель, и восстановить точку исходного множества X , породившую данную точку базы (обычно точки базы хранятся вместе с координатами породивших их точек).

Могут быть предложены и другие методы построения T , более экономно использующие результаты вариантных расчетов. Они, однако, выходят за рамки настоящего изложения (см. [2]).

2. Экспериментальное программное обеспечение персональных компьютеров – общее описание

Математическое обеспечение реализовано в среде Excel. Оно состоит из четырех подсистем:

1. подсистемы подготовки исходной модели;
2. подсистемы задания критериев выбора и параметров расчета;
3. подсистема построения базы покрытия;
4. подсистема визуализации покрытия и выбора предпочтительного варианта.

Первая подсистема позволяет задать модель на основе использования стандартных средств среды Excel. Вторая подсистема позволяет задать критерии, а также такие параметры как надежность, желаемая полнота и радиус покрытия. Третья подсистема строит базу покрытия и строит функцию полноты покрытия. Четвертая подсистема позволяет задать параметры изображения множества и визуализировать его. В рамках этой же подсистемы можно указать предпочтительное достижимое сочетание критериев, принадлежащее покрытию, и получить соответствующую точку базы покрытия.

2.1. Пример

Использование математического обеспечения продемонстрируем на примере следующей задачи с пятью критериями. Пусть имеется всего две переменные x_1 и x_2 , которые являются решениями (управлениями) в данной задаче и удовлетворяют ограничениям

$$x_1 \in [-4.9; 3.2], \quad x_2 \in [-3.5; 6].$$

Пусть критерии строятся на основе хорошо известной функции пиков,

$$f(x_1, x_2) = u_1(x_1, x_2) + u_2(x_1, x_2) + u_3(x_1, x_2) + 10,$$

где

$$u_1(x_1, x_2) = 3(1 - x_1)^2 e^{-x_1^2 - (x_2 + 1)^2},$$

$$u_2(x_1, x_2) = -10 \left(\frac{1}{4} x_1 - x_1^3 - x_2^5 \right) e^{-x_1^2 - x_2^2},$$

$$u_3(x_1, x_2) = -\frac{1}{3} e^{-(x_1 + 1)^2 - x_2^2}.$$

Эта функция имеет максимумы в точках (0, 1.5), (1.4, 0) и (0.46, 0.725) и минимумы в точках (0.2, -1.6) и (-1.3, 0.2). Критерии генерируются следующим образом:

$$f_i(x_1, x_2) = f(x_1 + \alpha_i, x_2 + \beta_i), \quad i = 1, \dots, 5.$$

где смещения α_i и β_i выбираются определенным образом, например,

$$\begin{array}{ll}
\alpha_1 = 0; & \beta_1 = 0; \\
\alpha_2 = -1.2; & \beta_2 = -1.5; \\
\alpha_3 = 0.3; & \beta_3 = -3; \\
\alpha_4 = -1; & \beta_4 = 0.5; \\
\alpha_5 = -0.5; & \beta_5 = -1.7
\end{array}$$

2.2. Подготовка исходной модели

Модель может быть задана на отдельном листе MS Excel, который формирует сам пользователь. Например, это можно сделать, как показано на рис. 1, лист «Model». Здесь значения управлений x_1 и x_2 определяются ячейками B2 и B3 (в этих ячейках можно оставить любые значения), минимальные и максимальные значения переменных — ячейками C2-D3, а значения критериев — ячейками B9, B15, B21, B27 и B33, в каждой из которых находится формула для расчета соответствующего критерия. Рассмотрим подробнее описание одного из критериев (критерий f_1). В ячейках A6 и A7 заданы значения α_1 и β_1 , в ячейках E6 и E7 заданы формулы $x_1 + \alpha_1$ и $x_2 + \beta_1$, в ячейках H6-H8 определены формулы для каждого из трех слагаемых критерия f_1 , и, наконец, в ячейке B9 — формула для самого f_1 .

2.3. Подсистема задания критериев и параметров

Система занимает три листа, имеющих названия «CNF», «DAT» и «VIS». Первый лист содержит параметры процесса и вывод данных расчета аппроксимации, второй лист содержит базу данных, а третий предназначен для визуализации рисунков системы.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1		Values	Min	Max								
2	x1	0	-4,9	3,2								
3	x2	0	-3,5	6								
4												
5	Function 1											
6	x1_shift	0		x1 + shift	0		term1	1,103638				
7	x2_shift	0		x2 + shift	0		term2	0				
8							term3	0,122626				
9	f1	11,22626										
10												
11	Function 2											
12	x1_shift	-1,2		x1 + shift	-1,2		term1	2,679223				
13	x2_shift	-1,5		x2 + shift	-1,5		term2	-2,25291				
14							term3	0,033755				
15	f2	10,46007										
16												
17	Function 3											
18	x1_shift	0,3		x1 + shift	0,3		term1	0,024607				
19	x2_shift	-3		x2 + shift	-3		term2	-0,27413				
20							term3	7,59E-06				
21	f3	9,750485										
22												
23	Function 4											
24	x1_shift	-1		x1 + shift	-1		term1	0,46529				
25	x2_shift	0,5		x2 + shift	0,5		term2	-2,05925				
26							term3	0,2596				
27	f4	8,665638										
28												
29	Function 5											
30	x1_shift	-0,5		x1 + shift	-0,5		term1	3,220519				
31	x2_shift	-1,7		x2 + shift	-1,7		term2	-6,14554				
32							term3	0,014428				
33	f5	7,089408										
34												

Рис. 1. Пример задания исходной модели на листе MS Excel

На рис. 2 изображен первый лист системы до начала его заполнения информацией. Здесь должны быть заданы параметры, имена и значения управлений, их ограничения и типы (целые, вещественные, дискретные), а также имена критериев, зависимости критериев от управлений и пользовательские ограничения на значения критериев.

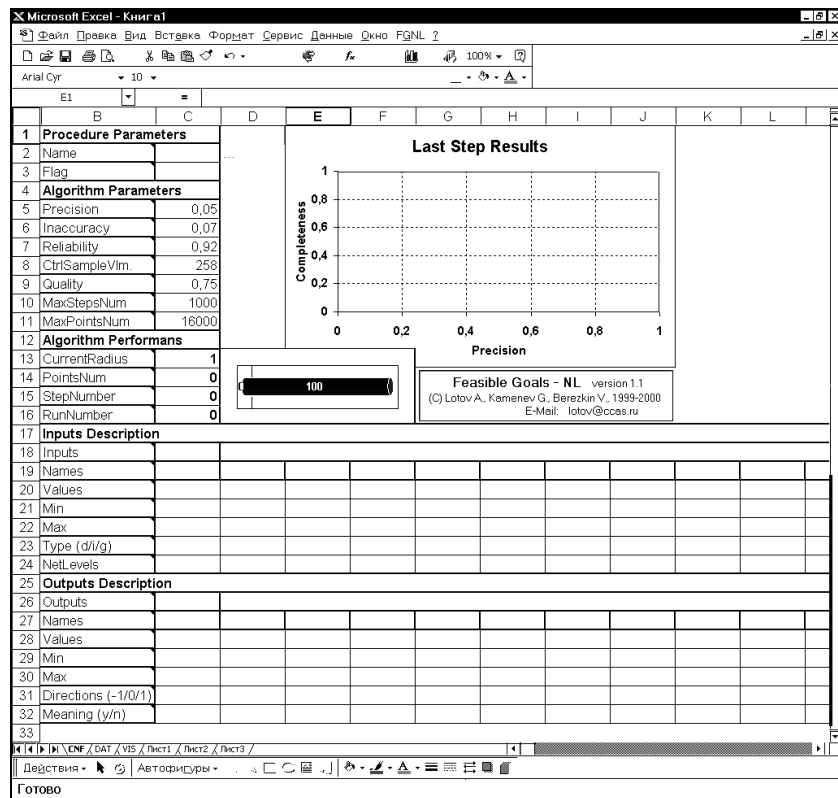


Рис. 2. Первый лист системы FGNL

Лист состоит из пяти разделов и двух диаграмм. В первом разделе задаются имя макроса на языке Visual Basic, осуществляющего расчет критериев (в нашем случае это не нужно), и флаг задания сложных ограничений на управления (более подробно о нем сказано в следующем разделе). Второй раздел содержит параметры аппроксимации, такие как оценка погрешности полноты покрытия, надежность, размер контрольной выборки и т. д. Рассмотрим процесс подготовки исходных данных на примере нашей демонстрационной модели.

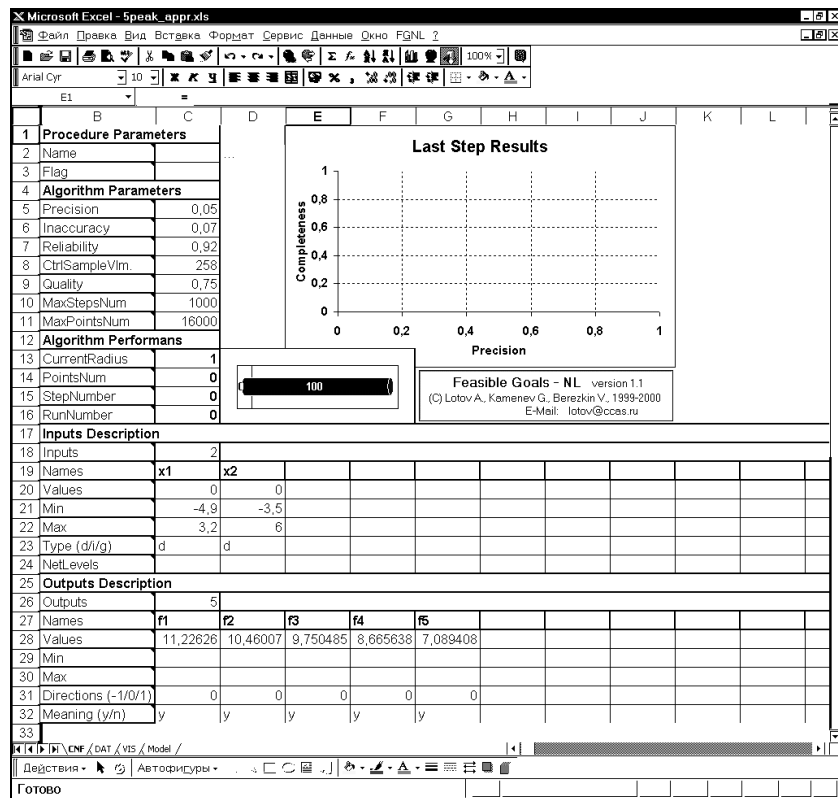


Рис. 3. Первый лист системы FGNL с заполненными параметрами

Рис. 3 показывает, как должен выглядеть первый лист системы, лист «CNF», после инсталляции модели (более подробно процесс инсталляции модели описан в следующем разделе). Значения управлений здесь определяются ячейками C20 и D20 строки «Values» этого листа, а на исходном листе «Model» в B2 и B3 должны стоять на них ссылки. Ограничения на значения отдельных управления описаны в строках 21 и 22 («Min» и «Max»), в нашем случае это C21-D22. Имена управлений задаются в строке 19 «Names», а типы в строке «Types», в данном примере они помечены буквой «d», это означает, что x_1 и x_2 имеют вещественный тип.

Аналогичным образом на листе «CNF» заданы критерии. В строке 28 «Values» должны стоять ссылки на соответствующие ячейки со значениями критериев листа «Model», имена критериев задаются в строке 27 «Names». Число управлений и число критериев находятся в ячейках C18 и C26 соответственно.

Рассмотрим теперь параметры расчета. Некоторые из них отображаются на листе «CNF» в ячейках C5-C11. Основные из них: точность оценки полноты покрытия «Inaccuracy», надежность «Reliability» и размер контрольной выборки «CtrlSampleVlm.», — расположены в ячейках C6, C7 и C8 соответственно. Эти три параметра являются взаимозависимыми, и изменить их, впрочем, как и остальные параметры этого раздела, непосредственно редактированием ячеек нельзя, для этого следует воспользоваться командой меню FGNL/Parameters.

Параметр «Quality» ячейки C9 представляет собой некий порог для присоединяемых новых точек к базе покрытия: к базе покрытия добавятся только точки, удаленные от базы на расстояние, не меньшее $Quality * R$, где R — текущий радиус полного покрытия.

Остальные параметры представляют собой критерии остановки алгоритма: достижение требуемой точности «Precision», максимальное число шагов алгоритма «MaxStepsNum», максимальное число точек в базе покрытия «MaxPointsNum», максимальное число проведенных экспериментов. Каждый из этих критериев остановки можно «включить», поставив соответствующую галочку в диалоговом окне, вызываемом по команде меню FGNL/Parameters. Более подробно о задании параметров работы алгоритма сказано в следующем разделе.

2. 4. Построение базы покрытия

Построение базы покрытия осуществляется командой меню FGNL/Approximation/Begin. После вызова этой команды

система начинает работать по описанному в предыдущем разделе алгоритму. Для расчета критериев система заносит значения управлений в ячейки строки 20 «Values» (в нашем примере это ячейки C20 и D20), а затем читает значения критериев из ячеек строки 28 «Values» (в нашем примере это C28-G28).

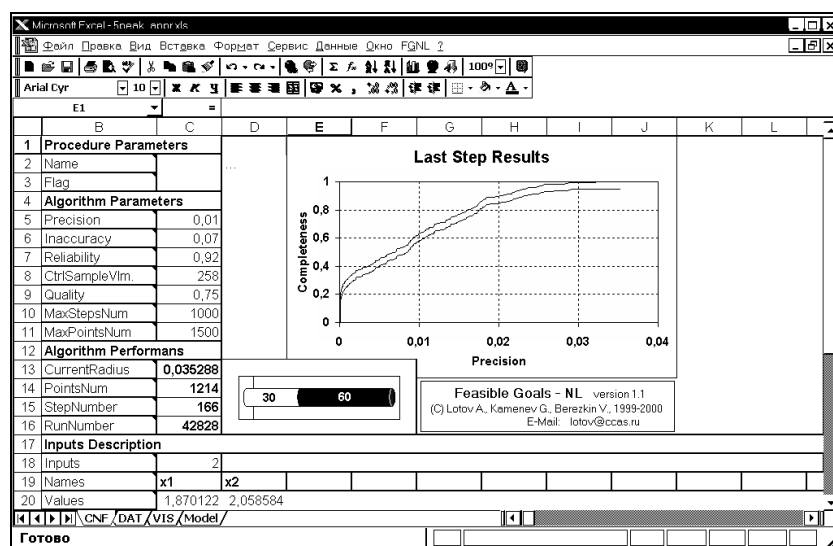


Рис. 4. Первый лист системы FGNL во время работы

Во время построения базы покрытия на листе «CNF» осуществляется следующая индикация. Ячейка C13 «CurrentRadius» показывает радиус полного покрытия (в долях диаметра аппроксимации множества), рассчитанный на последнем шаге алгоритма, ячейка C14 «PointsNum» показывает количество точек в базе покрытия. Ячейка C15 «StepNumber» показывает номер последнего шага алгоритма, и, наконец, ячейка C16 «RunNumber» показывает общее число точек, рассчитанных за время работы системы.

Также на листе «CNF» можно видеть две диаграммы (рис. 4). Одна из них показывает долю уже произведенных расчетов на текущем шаге алгоритма от общего объема контрольной выборки. Вторая диаграмма показывает два графика зависимости полноты покрытия от радиуса покрытия. Верхний график — это зависимость $\eta_T^{(N)}(s)$, нижний график — та же зависимость, но с учетом надежности χ . Если пользователь на каком-то шаге алгоритма решил, что его устраивает какое-то из уже достигнутых сочетаний (радиуса покрытия, надежности), то он может остановить построение. Для этого нужно нажать и удерживать клавишу Esc, пока не появится окно с предложением о прекращении работы системы. Продолжить построение можно командой меню FGNL/Approximation/Continue.

#	x1	x2	f1	f2	f3	f4	f5
#1	0,850254	0,619324	10,94093	13,47518	8,937829	14,67099	7,545753
#2	-1,80849	3,061828	10,00851	9,998765	7,757222	10,00001	9,956586
#3	0,9063	3,293516	10,03321	16,85216	13,12516	10,00438	16,85687
#4	0,633812	-0,468	10,61762	7,636857	9,987483	12,28161	6,285123
#5	-0,08033	1,508846	18,0155	7,949918	3,727041	11,75187	12,70217
#6	1,008911	2,450905	10,79356	13,35543	12,53081	10,36982	11,11409
#7	0,94414	-1,31267	7,59506	9,561513	9,999974	11,53521	9,780233
#8	-0,53083	3,612729	10,00997	10,2174	11,3048	10,00005	12,21467

Рис. 5. Второй лист системы FGNL, содержащий базу данных точек построенной аппроксимации

Результат построения базы покрытия хранится в виде данных на листе «DAT» (см. рис. 5). Как видно из рис. 5, в первой колонке листа «DAT» помещены порядковые номера точек, затем идут колонки со значениями управлений, а затем колонки с соответствующими значениями критериев. Если вам нужно восстановить какую-то точку из строки листа «DAT» на лист

«CNF», то для этого поставьте курсор на нужную вам строку листа «DAT» и выполните команду меню FGNL/Restoration.

2. 5. Визуализация покрытия и выбор предпочтительного варианта

Визуализация построенного множества осуществляется командой меню FGNL/Visualization. Любая из точек этого рисунка может быть указана компьютерной «мышью», после чего соответствующее решение будет указано в базе покрытия.

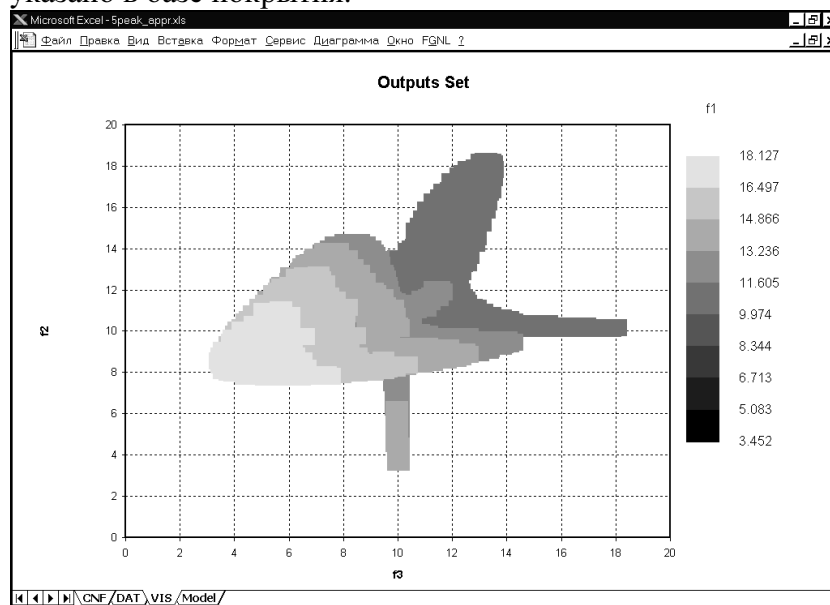


Рис. 6. Критерии f_3, f_2 даны на осях, критерий f_1 — на цветовой шкале

Рассмотрим визуализацию множества достижимых целей нашего примера. Аппроксимация множества была проведена со следующими параметрами: точностью $\Delta = 0.7$, надежностью $\chi = 0.92$, соответствующим им объему

контрольной выборки $N(\Delta, \chi) = 258$. Была достигнута точность порядка 0.02, объем базы покрытия составил 3000 точек при качестве аппроксимации «Quality» 0.75. На компьютере Pentium II 400MHz расчет составил около часа. Рассмотрим, например, изображение множества достижимости в координатах f_3, f_2, f_1 (рис. 6).

На рис. 6 изображен набор сечений пятимерного множества. Значения второго и третьего критериев указаны на осях, а значения первого критерия задаются цветом (штриховкой на черно-белой шкале рисунка). Точнее говоря, различно окрашенные сечения соответствуют различным значениям первого критерия. Соотношение между цветом и величиной значения первого критерия даны на диаграмме справа от рисунка. Значения четвертого и пятого критериев на этом рисунке могут быть любыми.

Имеется одна особенность визуализации. Она состоит в том, что точки внутри одного цветового слоя никак не отсортированы, поэтому при указании компьютерной «мышью» на рисунок, например на точку ближайшего цветового слоя [16,497; 18,127], будет выдана точка удаленная от курсора «мыши» по двум осевым координатам не более чем на текущий радиус покрытия, но цветовая координата не будет ближайшей и может быть любой из этого цветового слоя [16,497; 18,127]. Эта особенность порождена компромиссом со скоростью работы MS Excel и спецификой рисования в нем. Чтобы уточнить значение цветовой координаты нужно уменьшить отображаемый диапазон. Приведем пример.

Визуализация множества на рис. 6 не является достаточно точной. Как можно заметить, видны только те точки, координата f_1 которых превышает 10.0, поэтому можно сузить отображаемый диапазон по координате f_1 без потери визуальной информации и получить тем самым более наглядную картинку (рис. 7), кроме того, можно изменить число цветовых слоев.

Имеется возможность рассмотреть отдельно любой из цветовых слоев, для этого нужно на цветовой шкале указать «мышкой» нужный цвет, после чего на экране будет изображен

только этот цветовой слой. Вернуться обратно можно, щелкнув на цветовой шкале «мышкой» по единственному оставшемуся цвету или по команде меню FGNL/Visualization.

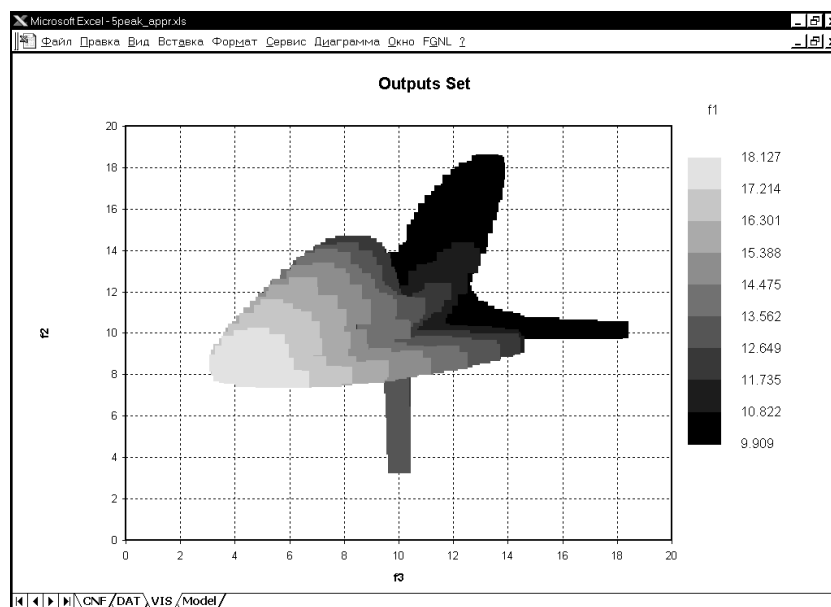


Рис. 7. Критерии f_3, f_2 даны на осях, критерий f_1 — на цветовой шкале

4. Инструкция по использованию экспериментального программного обеспечения персональных компьютеров

3.1. Подключение системы FGNL к MS Excel

Система FGNL реализована в виде надстройки для MS Excel. Прежде всего, надо скопировать файл FGNL.xls с дискеты в нужную директорию. Добавить систему в Excel можно следующими двумя способами

1. Запустить Excel и открыть в нем файл FGNL.xls. На экране появится предупреждение о том, что в этом файле используются макросы. Надо разрешить макросы. В результате в главном меню появится пункт FGNL.

2. Запустить Excel и с помощью команды меню Tools/AddIn (Сервис/Надстройки) подключить файл FGNL.xls. В этом случае система будет добавляться каждый раз при запуске Excel.

3.2. Инсталляция модели

Откройте книгу MS Excel с вашей моделью и выполните команду меню **FGNL/Installation/Model Installation**.

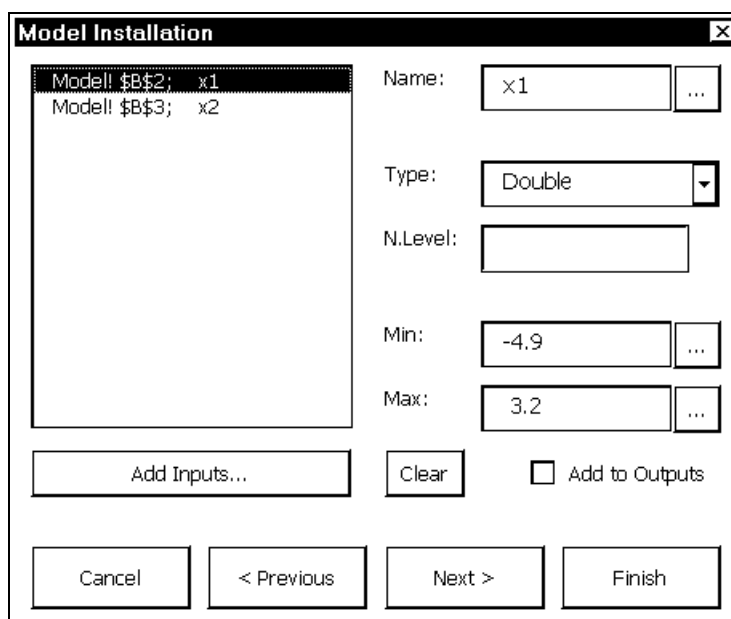


Рис. 8. Мастер установки модели. Окно задания входных переменных

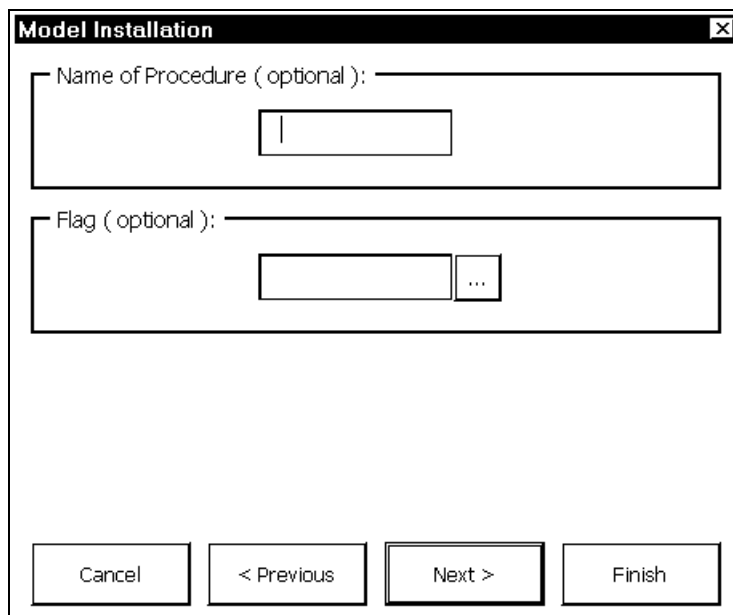
Ответьте утвердительно на предложение установить листы, необходимые для работы с FGNL. Затем *мастер установки* спросит, требуется ли установить модель. Надо ответить утвердительно, после чего мастер начнет свою работу. Мастер покажет одно за другим три диалоговых окна, которые помогут вам в установке модели.

Первое диалоговое окно, показанное на рис. 8, помогает задать входные переменные модели (управления). Надо нажать кнопку **Add Inputs**. Небольшое окно **Select cells** (не показанное здесь) появится на экране. Надо перейти на лист, содержащий описание модели, выбрать «мышкой» ячейки, содержащие входные значения (в нашем примере B2, B3), и они автоматически появятся в окне **Select cells**. Нажмите OK и они будут добавлены в основное окно инсталляции модели (переменные x1 и x2 на рис. 8).

The screenshot shows a dialog box titled "Model Installation". On the left side, there is a list of model outputs with the following entries: "Model! \$B\$9; f1", "Model! \$B\$15; f2", "Model! \$B\$21; f3", "Model! \$B\$27; f4", and "Model! \$B\$33; f5". The first entry is selected. To the right of the list, there are several input fields: "Name:" with the value "f1", "Direction:" with the value "0", and a "Ranges:" section containing a checked checkbox for "Don't know", and "Min:" and "Max:" fields both containing the value "0". At the bottom of the dialog, there are several buttons: "Add Outputs...", "Clear", "Not meaning" (with an unchecked checkbox), "Cancel", "< Previous", "Next >", and "Finish".

Рис. 9. Мастер установки модели. Окно задания выходных переменных

Следующим шагом надо ввести информацию относительно свойств входных переменных. Выделите сначала одну (или несколько переменных), при этом станут доступны для редактирования соответствующие элементы управления диалога, определяющие имя, тип, минимальные и максимальные возможные значения. Эта информация может быть задана как вручную, так и с листа, содержащего описание модели. Для задания информации с листа нажмите маленькую кнопку у соответствующего элемента управления, после чего появится все то же окно **Select cells**. После того как были заданы все параметры, нажмите кнопку **Next**.



The image shows a dialog box titled "Model Installation". It has a standard Windows-style title bar with a close button (X) on the right. The dialog is divided into two main sections. The first section is labeled "Name of Procedure (optional):" and contains a large rectangular text input field. The second section is labeled "Flag (optional):" and contains a smaller rectangular text input field followed by a small button with three dots "...". At the bottom of the dialog, there are four buttons arranged horizontally: "Cancel", "< Previous", "Next >", and "Finish".

Рис. 10. Мастер установки модели. Окно задания имени макроса и флага ограничений

Задание информации о выходных переменных (критериях) аналогично предыдущему шагу. На рис. 9 видно похожий, за исключением некоторых новых элементов

управления, диалог. Маленькое окно **Direction**, отвечающее за направление улучшения критерия, должно содержать единицу в случае положительного направления, минус единицу в случае отрицательного или ноль в случае, если направление не играет роли. Флаг **Not meaning** означает, что выходная переменная не принимается в расчет при построении аппроксимации множества достижимых целей. После задания всех параметров нажмите кнопку **Next**.

Последнее диалоговое окно приведено на рис. 10. Здесь, если в этом есть необходимость, можно задать имя макроса, отвечающего за расчет выходных значений, а также ячейку с индикатором, показывающим, удовлетворяет ли сочетание значений входных переменных заданному условию. Использование этого индикатора описано ниже. Нажмите **Finish**.

Последним шагом в инсталляции модели следует задать параметры аппроксимации. После выполнения команды меню **FGNL/Parameters** появится следующий диалог, изображенный на рис. 11. На первой закладке диалога «Approximation Quality» задаются следующие параметры: погрешность оценки полноты покрытия, надежность оценки полноты, объем контрольной выборки и тип зависимости между этими тремя параметрами (например, из экспоненциального неравенства Чебышева), а также желаемая точность аппроксимации и качество покрытия. На второй закладке диалога «Stopping Rules» определяются критерии остановки системы, нужные вам критерии отметьте галочками. На последней закладке диалога определяется, через сколько шагов работы алгоритма следует сохранять рабочую книгу (автосохранение).

3.3. Описание параметров и индикаторов

После завершения инсталляции модели, рабочая книга содержит три новых листа, именуемых «CNF», «DAT» и «VIS». Лист «CNF» содержит информацию о модели и параметры аппроксимации, а также некоторые результаты работы системы (после того как эти результаты будут получены). Лист «DAT»

содержит данные точек построенной базы покрытия. Лист «VIS» используется для отображения построенного множества.

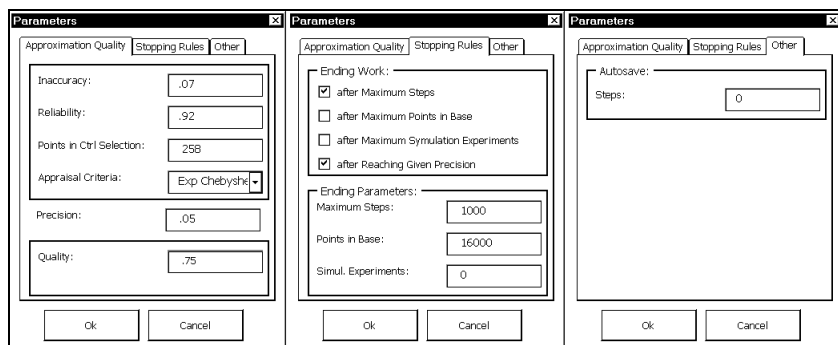


Рис. 11. Диалог настройки параметров аппроксимации

Лист «CNF» представлен на рис. 3 и 4. Любая из его ячеек белого цвета может при желании быть отредактирована вручную. Зеленые ячейки содержат имена параметров, а серые – их значения. Верхняя диаграмма показывает текущую зависимость полноты от радиуса покрытия. Вторая диаграмма показывает прогресс вычислений на текущем шаге выполнения относительно размера контрольной выборки H_N .

Параметры и индикаторы разбиваются на пять групп:

- параметры модели,
- параметры работы алгоритма,
- индикаторы выполнения,
- параметры входных переменных,
- параметры выходных переменных.

3.3.1. Параметры модели

Name (ячейка C2). Иногда расчет выходных значений представляется настолько сложным, что бывает затруднительно осуществить его одними средствами таблиц MS Excel. Данный параметр представляет собой имя макроса, написанного вами на встроенном интерпретаторе VB, осуществляющего данный расчет. Если эта ячейка пуста, FGNL считает, что значения выходных переменных рассчитываются автоматически.

Flag (ячейка C3) – индикатор, позволяющий задавать более сложные ограничения на значения входных переменных. Более подробно о нем будет рассказано ниже.

3.3.2. Параметры алгоритма

Precision (ячейка C5) — желаемая точность аппроксимации. Может быть использована как правило остановки.

Inaccuracy (ячейка C6) — требуемая погрешность оценки полноты покрытия.

Reliability (ячейка C7) — требуемая надежность оценки полноты покрытия.

CtrlSampleVlm (ячейка C8) — объем контрольной выборки. Если Inaccuracy и Reliability заданы, то этот параметр вычисляется автоматически. Может быть изменен.

Quality (ячейка C9) — дистанционный порог для добавления новых точек контрольной выборки в базу покрытия.

MaxStepsNum (ячейка C10) — максимальное число шагов алгоритма.

MaxPointsNum (ячейка C11) — максимальное число точек в базе покрытия (не больше 16 000).

Параметры из этого списка могут быть изменены путем выполнения команды меню **FGNL/Parameters**.

3.3.3. Индикаторы выполнения работы алгоритма

CurrentRadius (ячейка C13) — радиус покрытия, полученный на последнем шаге работы алгоритма.

PointsNum (ячейка C14) — число точек в базе покрытия.

StepNumber (ячейка C15) — номер текущего шага алгоритма.

RunNumber (ячейка C16) — общее количество сгенерированных точек за время работы алгоритма.

3.3.4. Параметры входных переменных

Inputs (ячейка C18) — число входных переменных.

Names (строка C19) — имена входных переменных.

Values (строка C20) — текущие значения входных переменных. Заносятся сюда системой FGNL во время построения базы покрытия.

Min (строка C21) — минимально возможные значения входных переменных.

Max (строка C22) — максимально возможные значения входных переменных.

Types (строка C23) — типы входных переменных. Могут принимать одно из следующих значений: d — вещественный, i — целый, g — дискретный (с конечным числом возможных значений).

NetLevels (строка C24) — число дискретных элементов для типа g .

3.3.5. Параметры выходных переменных

Outputs (ячейка C26) — число выходных переменных.

Names (строка C27) — имена выходных переменных.

Values (строка C28) — текущие значения выходных переменных. Читаются отсюда системой FGNL во время построения базы покрытия.

Min (строка C29) — ограничения снизу на выходные значения (не обязательны).

Max (строка C30) — ограничения сверху на выходные значения (не обязательны).

Directions (строка C31) — направления улучшения выходных значений. Используются для построения оболочки Эдворта-Парето. Принимают следующие значения: 1 — положительное направление, -1 — отрицательное, 0 — направление не известно. Для построения оболочки Эдворта-Парето необходимо для всех значащих (см. параметры Meaning) выходных переменных установить ненулевые направления.

Meaning (строка C32) — определяют, какие из выходных значений будут участвовать в построении аппроксимирующего множества, а какие — нет. Принимает значения: y — значение учитывается, n — значение не учитывается.

3.4. Флаг ограничений

Параметр **Flag** (ячейка C2) позволяет вводить более сложные ограничения на значения входных переменных. Задается следующим образом. Пусть, например, нужно задать дополнительные ограничения на входные переменные x_1 и x_2 :

$$x_1 \cdot x_1 < x_2 \text{ и } x_1 < x_2.$$

Оба ограничения могут быть заданы на листе с моделью в следующем виде:

$$\begin{aligned} \text{G2:} & \quad =\text{IF}(\text{B1}*\text{B1}<\text{B2}; 1; 0) \\ \text{G3:} & \quad =\text{IF}(\text{B1}<\text{B2}; 1; 0) \end{aligned}$$

Объединить эти два ограничения можно следующим образом:

$$\text{H1:} \quad =\text{IF}(\text{AND}(\text{G2}=1; \text{G3}=1); 1; 0)$$

Теперь при инсталляции модели на третьем шаге нужно в качестве флага указать ячейку H1 на листе с моделью или просто вручную поставить в ячейку C3 листа «CNF» ссылку на ячейку H1 на листе с моделью (например, =Лист!H1).

3.5. Аппроксимация

Для того чтобы запустить процесс аппроксимации, используется команда меню **FGNL/Approximation/Begin**. Во время выполнения алгоритм будет отображать информацию о своей работе в соответствующих ячейках и на диаграммах. Для остановки процесса надо нажать и удерживать клавишу Esc. Для возобновления работы можно использовать команду меню **FGNL/Approximation/Continue**.

Аналогично командами меню **FGNL/ParetoApproximation/Begin**, **FGNL/ParetoApproximation/Continue** осуществляется аппроксимация оболочки Эджворта-Парето.

3.6. Визуализация результата

После завершения процесса аппроксимации точки базы покрытия заносятся на лист «DAT». Для визуализации построенного множества надо выполнить команду меню **FGNL/Visualization**. Следующий диалог, позволяет задать параметры визуализации (рис. 12 и 13).

Самый верхний элемент управления «What?» диалога позволяет определить способ визуализации: как самого множества или как его оболочки Эджворта-Парето (Outputs Set / Edgeworth-Pareto Hull).

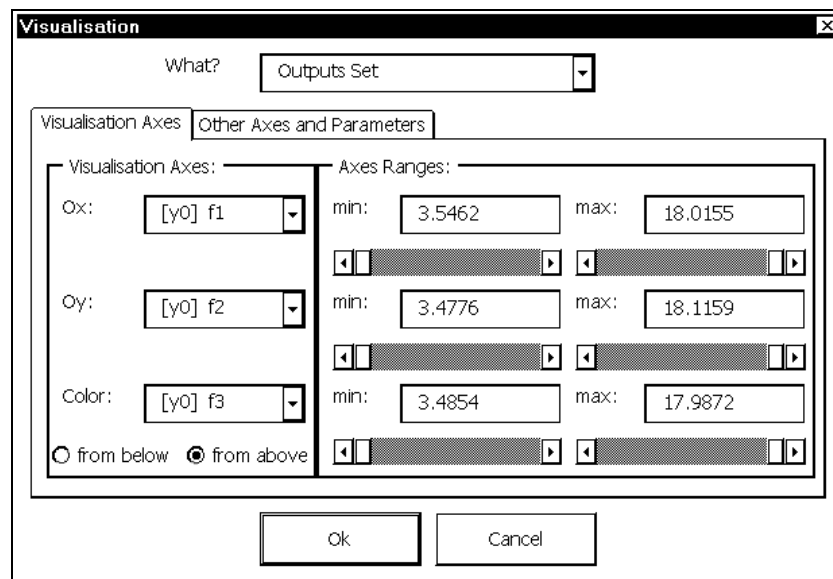


Рис. 12. Диалог визуализации. Настройка осей визуализации

Рассмотрим первую закладку диалога «Visualization Axes». Элементы управления группы «Visualization Axes» задают отображаемые оси: «Ox» и «Oy» – вертикальная и горизонтальная оси, «Color» – цветовая ось. Рядом в группе «Axes Ranges» определяются визуализируемые диапазоны осей. Элементы «from below» и «from above» определяют соответственно, с какой стороны изобразить множество: со стороны отрицательного полупространства или со стороны положительного.

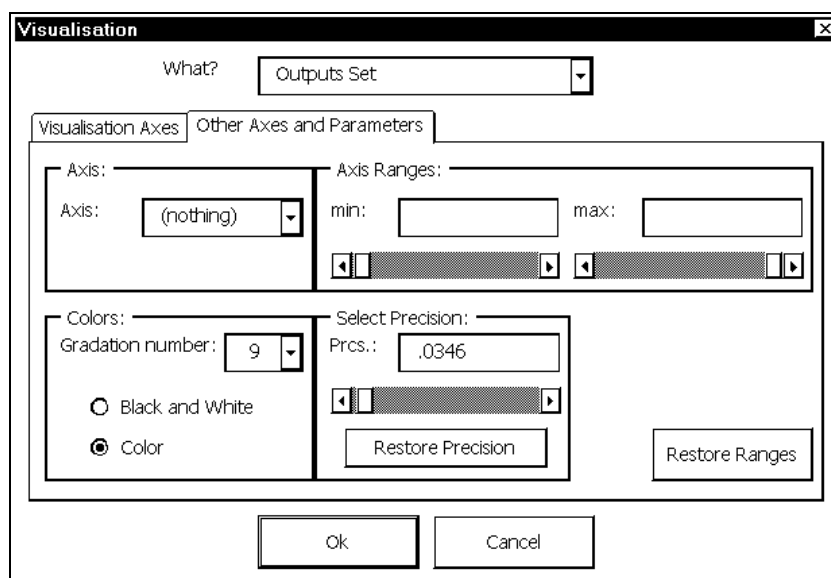


Рис. 13. Диалог визуализации. Настройка параметров визуализации

Вторая закладка «Other Axes and Parameters» позволяет настроить остальные параметры визуализации. «Axis» – задает другие оси, которым надо изменить отображаемый диапазон. «Gradation Number» определяет количество цветовых слоев (0–9), а стоящие под ним две радиокнопки – режим цвета (чернобелый / цветной). Параметр «PrCs.» задает радиус отображаемого покрытия, по умолчанию там стоит последний рассчитанный

радиус полного покрытия. Кнопка «Restore Precision» сбрасывает «Prсs.» в значение по умолчанию. Кнопка «Restore Ranges» восстанавливает отображаемые диапазоны в максимальные размеры множества.

3.7. Описание меню FGNL

Здесь мы рассмотрим все пункты меню **FGNL**.

Installation/Model Installation запускает мастер установки модели. Этот пункт меню уже был нами подробно рассмотрен.

Installation/Sheets Installation копирует в активную рабочую книгу листы «CNF», «DAT» и «VIS», необходимые для дальнейшей работы FGNL. Этим пунктом меню следует воспользоваться, если вы не хотите устанавливать модель с помощью мастера установки, а желаете настроить лист «CNF» вручную. Также можете воспользоваться этим пунктом, если желаете обновить эти листы в вашей рабочей книге.

Parameters позволяет настроить параметры аппроксимации.

Simulation позволяет убедиться, что макрос, написанный вами для расчета значений выходных переменных, работает верно. Введите на листе «CNF» значения входных переменных и выполните эту команду меню. FGNL вызовет ваш макрос, имя которого задано в ячейке C2 «Name», после чего в ячейках выходных переменных должны появиться их значения. В случае, если имя макроса в ячейке C2 не задано или задано не верно, FGNL выдаст сообщение об ошибке.

Approximation/Begin запускает алгоритм построения аппроксимации.

Approximation/Continue — продолжение построения аппроксимации.

Pareto Approximation/Begin запускает алгоритм построения аппроксимации оболочки Эджворта-Парето.

Pareto Approximation/Continue — продолжение построения аппроксимации оболочки Эджворта-Парето.

Visualization – визуализация построенной аппроксимации.

Restoration восстанавливает выбранную на листе «DAT» точку на лист «CNF».

Clear/Clear Data очищает лист «DAT».

Clear/Clear Model – очищает лист «DAT» и удаляет модель с листа «CNF».

About — информация о текущей версии FGNL.

4. Пример использования

На рис. 6 можно легко видеть, что максимальное значение критерия f_1 (около 16.5) соответствует малым значениям критериев f_2 и f_3 . Напротив, максимальное значение f_2 (около 18) соответствует средним значениям f_1 (от 10 до 11.6). В то же время, максимальные значения f_2 и f_3 также конфликтуют: максимальному значению f_2 соответствует значение f_3 порядка 14, а максимальному значению f_3 соответствуют значения f_2 порядка десяти.

Посмотрим на эти три критерия с другой стороны. На рис.14 критерий f_3 дан на цветовой шкале, а значения f_1 и f_2 — на осях. Максимальное значение f_2 (порядка 18) соответствует средним значениям f_1 и f_3 .

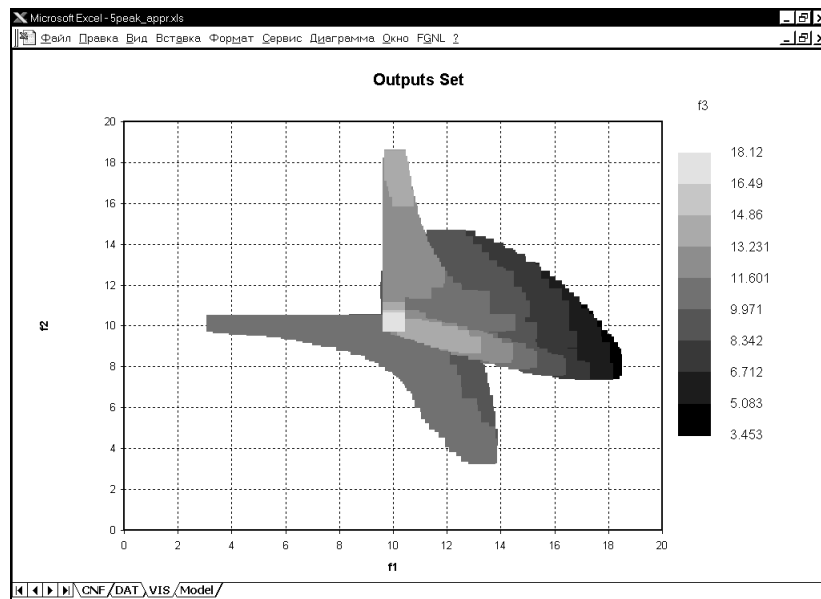


Рис. 14. Критерии f_1, f_2 даны на осях, критерий f_3 — на цветовой шкале

Рассмотрим другие три критерия. На рисунке 15 показаны критерии f_1, f_4 и f_5 , (критерий f_1 дан цветом, критерии f_4 и f_5 даны на осях).

В сравнении с рис. 6 рис. 15 имеет некоторое отличие. Наибольшие значения f_1 (превышающие 16.5) соответствуют большим значениям f_4, f_5 .

Наложим ограничения на значения критерия f_3 . Будем считать, что его значения превышают 9.9. Соответствующий рис. 16 содержит только часть изображения, приведенного на рис. 15. В частности, исчезли большие значения критериев f_1 и f_4 и, напротив, большие значения критерия f_5 сохранились на рисунке. Приведенный пример показывает, что таким способом можно изучать взаимодействие более чем трех критериев.

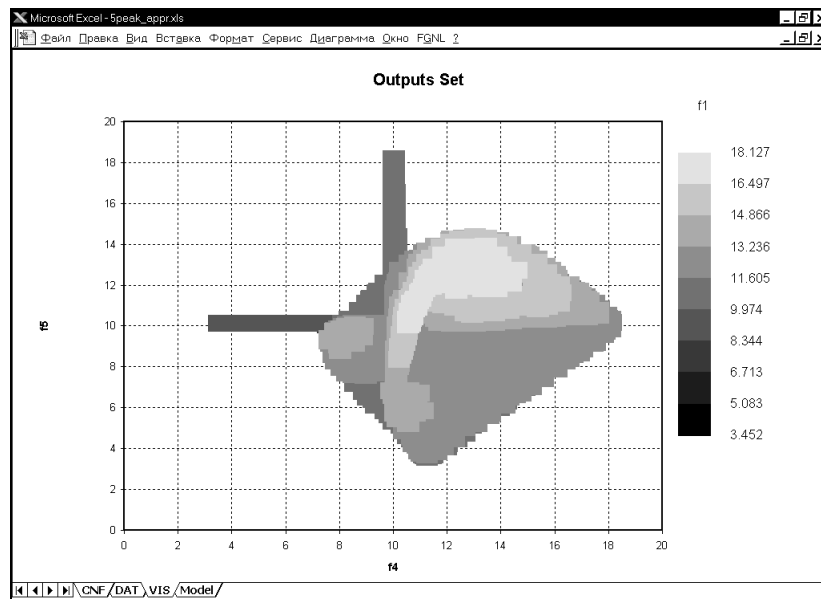


Рис. 15. Критерии f_4, f_5 даны на осях, критерий f_1 — на цветовой шкале

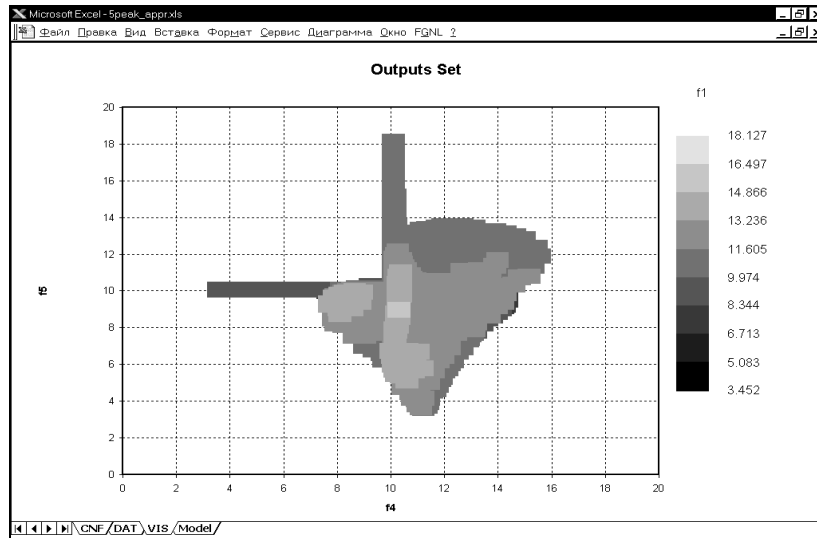


Рис. 16. Критерии f_4, f_5 даны на осях, критерий f_1 - на цветовой шкале

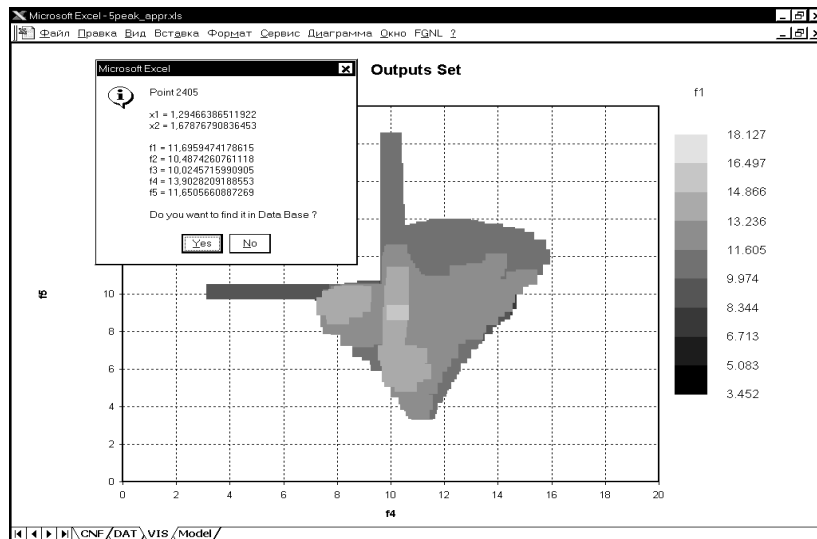


Рис. 17. Выбор точки на рисунке

Заключение

В данной работе рассмотрены математические основы метода достижимых целей и его программное обеспечение в среде MS Excel, позволяющие применить метод для анализа проблем, описываемых нелинейными математическими моделями, и для поиска предпочтительного решения. Приведенный пример показывает, что анализ может быть осуществлен в наглядной форме, а решение найдено с помощью указания предпочтительной достижимой цели непосредственно на экране с помощью компьютерной «мыши» (рис. 17).

Литература

1. *Лотов А.В.* Один подход к перспективному планированию экономики в условиях отсутствия критерия // Труды конф. «Системный анализ и перспективное планирование» (Москва, май 1972). М.: ВЦ АН СССР, 1973.
2. *Лотов А.В., Бушенков В.А., Каменев Г.К., Черных О.Л.* Компьютер и поиск компромисса. Метод достижимых целей. М.: Наука, 1997.
3. *Соболь И.М., Статников Р.Б.* Выбор оптимальных параметров в задачах со многими критериями. М.: Наука, 1981.
4. *Каменев Г.К., Кондратьев Д.Л.* Об одном методе исследования незамкнутых нелинейных моделей. // Математическое моделирование, 1992, № 3.
5. *Ширяев А.Н.* Вероятность, М.: Наука, 1980